出題の意図

年度：2019年度　日程（該当するものに○）：前期　中期　後期　（1枚目／1枚）

科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）
小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総リハ）　小論文（教福）

問題1

数学IIと数学Bからの出題である．

微分法，漸化式によって定まる数列および対数の性質に関する基礎知識を問う．その知識を活用し，各問の正解を導けるかどうかによって思考力・判断力・表現力を評価する．

問題2

数学Bからの出題である．

空間図形を正しく把握する能力と空間ベクトルに関する基本的な知識を問う．これらの能力や知識を活用し，解答を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する．

問題3（理系）

数学IIと数学IIIからの出題である．

回転体の体積を求めさせることによって，図形を正しく把握する能力と積分を正しく計算できる能力を問う．これらの能力を活用し，解答を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する．

問題3（文系）

数学Iと数学Aからの出題である．

整数，自然数，特に素数の知識と多項式の因数分解の知識を問う．その知識を活用し，解答を作成する過程を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する．

問題4（理系）

数学IIと数学IIIからの出題である．

図形と方程式および微分積分についての知識を問う．その知識を活用し，解答を作成する過程を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する．

問題4（文系）

数学Iと数学IIからの出題である．

二次方程式，図形と方程式および微分積分についての知識を問う．その知識を活用し，解答を作成する過程を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する．

2019年度 前期日程 数学 解答例

1（全学類志願者用）

n を自然数とする．2 つの数列 $\{a_n\}$ と $\{S_n\}$ を次のように定める．$a_1 = 1$ とし, x が $0 < x < a_n$ の範囲を動くとき, 座標平面上の 4 点 $(a_n, 0)$, $(x, 0)$, (x, x^2), (a_n, x^2) を頂点とする長方形の面積が最大となる x の値を a_{n+1} とし, そのときの長方形の面積を S_n とする．このとき, 以下の問いに答えよ．

(1) a_{n+1}, S_n をそれぞれ a_n を用いて表せ．

(2) a_n, S_n をそれぞれ n の式で表せ．

(3) $S_1 + S_2 + \cdots + S_n$ を n の式で表せ．

(4) $S_1 + S_2 + \cdots + S_n > 0.2105$ となる最小の n の値を求めよ．
ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする．

解答の導き方

(1) $(a_n, 0)$, $(x, 0)$, (x, x^2), (a_n, x^2) を頂点とする長方形の面積は $x^2(a_n - x)$ である．これを x の 3 次関数とみなせば, その導関数は $x(2a_n - 3x)$ だから, $0 < x \leqq \frac{2a_n}{3}$ の範囲で増加し, $\frac{2a_n}{3} \leqq x < a_n$ の範囲で減少する．従って, この長方形の面積が最大になるのは $x = \frac{2a_n}{3}$ の場合だから $a_{n+1} = \frac{2a_n}{3}$ であり, この面積 S_n は $S_n = \frac{4a_n^3}{27}$ である．

(2) $\{a_n\}$ は初項が 1, 公比が $\frac{2}{3}$ の等比数列だから $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ である．故に (1) の結果から $S_n = \frac{2^{3n-1}}{3^{3n}}$ である．

(3) $\{S_n\}$ は初項が $\frac{4}{27}$, 公比が $\frac{8}{27}$ の等比数列だから $S_1 + S_2 + \cdots + S_n = \frac{4}{27}\frac{1 - \left(\frac{8}{27}\right)^n}{1 - \frac{8}{27}} = \frac{4}{19}\left(1 - \left(\frac{8}{27}\right)^n\right)$.

(4) $\frac{4}{19}\left(1 - \left(\frac{8}{27}\right)^n\right) > 0.2105 = \frac{421}{2000}$ を満たす最小の自然数 n を求めればよい．この不等式は $\left(\frac{8}{27}\right)^n < \frac{1}{8000}$ と同値で, この両辺の常用対数をとれば不等式 $n(3\log_{10} 2 - 3\log_{10} 3) < -3\log_{10} 2 - 3$ が得られ, これを n について解けば $n > \frac{\log_{10} 2 + 1}{\log_{10} 3 - \log_{10} 2} = \frac{1.3010}{0.1761} = 7.38..$ だから, この不等式を満たす最小の自然数 n は 8 である．

(1)

$$a_{n+1} = \boxed{\frac{2a_n}{3}} \qquad S_n = \boxed{\frac{4a_n^3}{27}}$$

(2)

$$a_n = \boxed{\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}} \qquad S_n = \boxed{\frac{2^{3n-1}}{3^{3n}}}$$

(3)

$$S_1 + S_2 + \cdots + S_n = \boxed{\frac{4}{19}\left(1 - \left(\frac{8}{27}\right)^n\right)}$$

(4)

$$n = \boxed{8}$$

2（全学類志願者用）

四面体 OABC において, 辺 OA の中点を D, 辺 AC の中点を E とし, 線分 OE と線分 CD の交点を F とする. 三角形 OBC 上の点 P に対して, 線分 AP と三角形 OBE との交点を Q とする. $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\vec{e}$ とおくとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ の式で表せ.

(2) 点 P が三角形 OBC の重心であるとき, AP : AQ を答えよ.

(3) 点 P が AP : AQ $=3:2$ を満たしながら三角形 OBC の内部（境界を含む）を動く. $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=x\vec{b}+y\vec{e}$ とおくとき, 点 (x,y) が動く範囲を座標平面上に図示せよ.

解答例

(1) E は AC の中点だから $\vec{e}=\dfrac{\vec{a}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{2}$ が成り立つため, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-\vec{a}+2\vec{e}$ である. F は直線 OE 上にあるため $\overrightarrow{\mathrm{OF}}=s\vec{e}$ を満たす実数 s がある. また, D は AO の中点で, F は直線 CD 上にあるため, 次の等式を満たす実数 t がある.

$$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OC}}+t\overrightarrow{\mathrm{OD}}=(1-t)(-\vec{a}+2\vec{e})+\frac{t}{2}\vec{a}=\frac{3t-2}{2}\vec{a}+2(1-t)\vec{e}$$

従って $\dfrac{3t-1}{2}=0$ かつ $2(1-t)=s$ が成り立つため, $s=t=\dfrac{2}{3}$ である. 故に $\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\dfrac{2}{3}\vec{e}$ である.

(2) 仮定から $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\vec{b}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}=\dfrac{1}{3}\left(-\vec{a}+\vec{b}+2\vec{e}\right)$ であり, Q は直線 AP 上にあるため

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(1-u)\vec{a}+u\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-u)\vec{a}+\frac{u}{3}\left(-\vec{a}+\vec{b}+2\vec{e}\right)=\left(1-\frac{4u}{3}\right)\vec{a}+\frac{u}{3}\vec{b}+\frac{2u}{3}\vec{e}$$

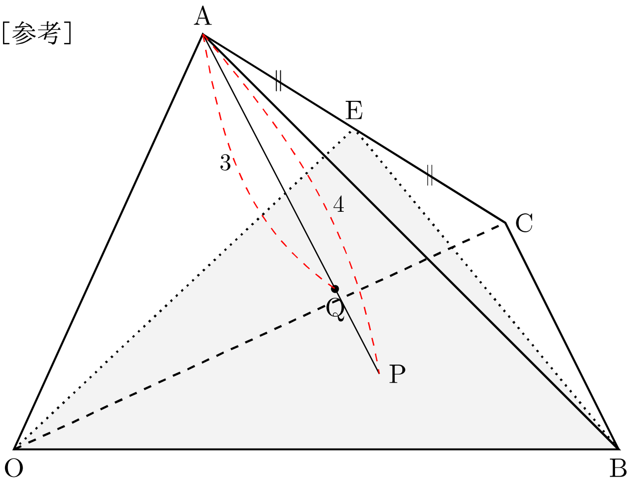
を満たす実数 u がある. また, Q は三角形 OBE 上にあるため, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=v\vec{b}+w\vec{e}$ を満たす実数 v, w がある. 従って $1-\dfrac{4u}{3}=0$ かつ $\dfrac{u}{3}=v$ かつ $\dfrac{2u}{3}=w$ が成り立つため, $u=\dfrac{3}{4}$, $v=\dfrac{1}{4}$, $w=\dfrac{1}{2}$ である. 故に $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{1}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{e}$ だから $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\vec{a}=\dfrac{1}{3}\left(-4\vec{a}+\vec{b}+2\vec{e}\right)$, $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\vec{a}=-\vec{a}+\dfrac{1}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{e}=\dfrac{1}{4}\left(-4\vec{a}+\vec{b}+2\vec{e}\right)$ が得られるため $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ である. 従って AP : AQ $=4:3$ である.

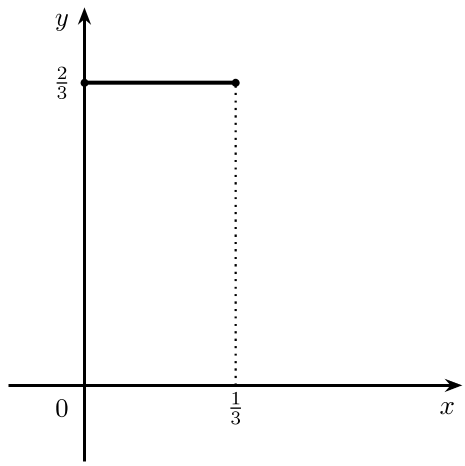
(3) P は三角形 OBC 上にあるため, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\vec{b}+t\left(-\vec{a}+2\vec{e}\right)$ を満たす負でない実数 s, t で $s+t\leqq 1$ を満たすものがある. Q は線分 AP 上にあり, AP : AQ $=3:2$ だから Q は線分 AP を $2:1$ に内分しているため,

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\left(-t\vec{a}+s\vec{b}+2t\vec{e}\right)=\frac{1-2t}{3}\vec{a}+\frac{2s}{3}\vec{b}+\frac{4t}{3}\vec{e}$$

が成り立つ. また, Q は三角形 OBE 上にあるため, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=x\vec{b}+y\vec{e}$ を満たす実数 x, y がある. 従って $\dfrac{1-2t}{3}=0$ かつ $\dfrac{2s}{3}=x$ かつ $\dfrac{4t}{3}=y$ が成り立つため, $t=\dfrac{1}{2}$, $x=\dfrac{2s}{3}$, $y=\dfrac{2}{3}$ である. 故に $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{2s}{3}\vec{b}+\dfrac{2}{3}\vec{e}$ であり, Q は三角形 OED の内部にあるため, $x+\dfrac{2}{3}=x+y\leqq 1$ より, x は 0 から $\dfrac{1}{3}$ までの値をとるため, 座標平面上で (s,t) が動く範囲は点 $\left(0,\frac{2}{3}\right)$ と点 $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ を結ぶ線分である. 以上から, 点 (x,y) が動く範囲は下の右図の実線部分とその両端である.

［参考］





3（知識情報システム学類・獣医学類・応用生命科学類・緑地環境科学類・理学類志願者用）
a を実数の定数とし, 直線 $\ell : y = x$ と曲線 $C : y = x^2 + a$ は, ある点で接しているとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) a の値と, 直線 ℓ と曲線 C の接点の座標を求めよ.

(2) 原点を O とする. x 座標が t である曲線 C 上の点を P とし, P から直線 ℓ に下ろした垂線を PH とする. 線分 PH の長さと線分 OH の長さをそれぞれ t の式で表せ.

(3) 直線 ℓ と曲線 C および直線 $y = -x$ で囲まれた図形を直線 ℓ のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.

解答例

(1) C 上の点 $(p, p^2 + a)$ における接線が ℓ に一致するとき, この点における接線の方程式は $y = 2p(x - p) + p^2 + a$ であり, ℓ の傾きが 1 であることと, $(p, p^2 + a)$ が ℓ 上の点であることから $2p = 1$ かつ $p = p^2 + a$ が成り立つため, $p = \dfrac{1}{2}$, $a = \dfrac{1}{4}$ が得られる. 従って ℓ と C の接点の座標は $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ である.

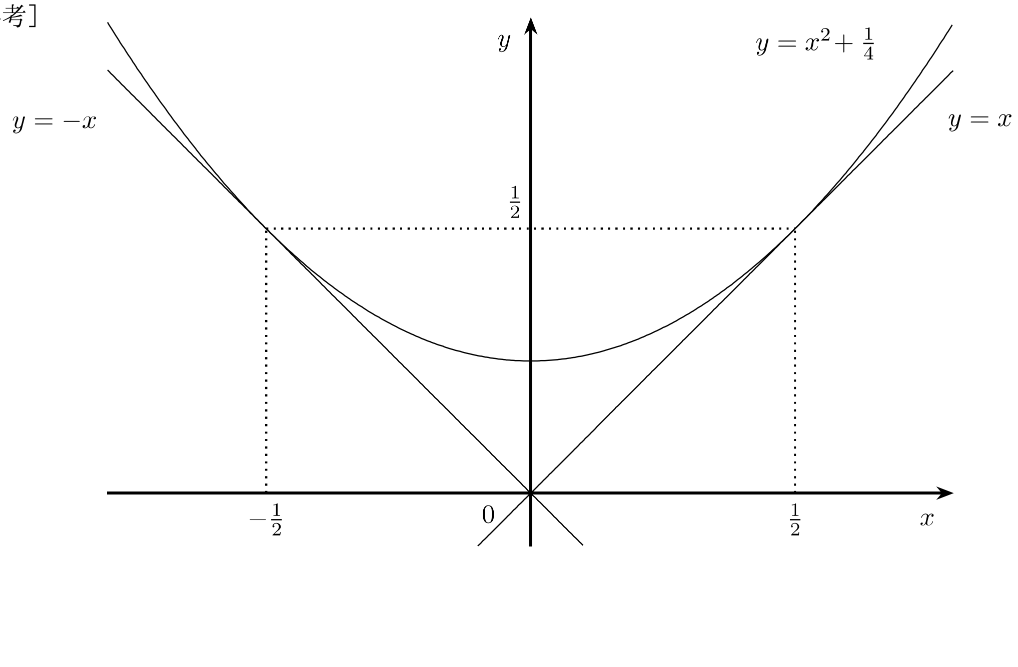
(2) 上の結果から P の座標は $\left(t, t^2 + \dfrac{1}{4}\right)$ だから, P を通って ℓ に垂直な直線の方程式は $y = -(x - t) + t^2 + \dfrac{1}{4}$ である. この直線と ℓ の交点の x 座標は $x = -(x - t) + t^2 + \dfrac{1}{4}$ の解だから $x = \dfrac{t^2}{2} + \dfrac{t}{2} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{8}(2t + 1)^2$ である. 従って H の座標は $\left(\dfrac{1}{8}(2t + 1)^2, \dfrac{1}{8}(2t + 1)^2\right)$ だから, 線分 PH, OH の長さは以下で与えられる.

$$\mathrm{PH} = \sqrt{\left(\frac{1}{8}(2t+1)^2 - t\right)^2 + \left(\frac{1}{8}(2t+1)^2 - t^2 - \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{8}(2t-1)^2$$
$$\mathrm{OH} = \sqrt{\left(\frac{1}{8}(2t+1)^2\right)^2 + \left(\frac{1}{8}(2t+1)^2\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{8}(2t+1)^2$$

(3) H を通って ℓ に垂直な平面による立体の断面は半径が PH である円だから, その面積は $\pi\mathrm{PH}^2$ である. C と ℓ の接点を R とし, $s = \mathrm{OH}$ とおくと $\mathrm{OR} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ だから, H が原点から R まで動いたときに s は 0 から $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ まで動く. 従って与えられた立体の体積は, $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \pi\mathrm{PH}^2 ds$ である. 前問の結果から $s = \dfrac{\sqrt{2}}{8}(2t+1)^2$ だから $\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(2t+1)$, $\mathrm{PH} = \dfrac{\sqrt{2}}{8}(2t-1)^2$ である. t が $-\dfrac{1}{2}$ から $\dfrac{1}{2}$ まで動くとき s は 0 から $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ まで動くため, $u = 2t - 1$ とおいて置換積分を行えば, 求める体積は

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \pi\mathrm{PH}^2 ds = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \pi\mathrm{PH}^2 \frac{ds}{dt} dt = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2}\pi}{64}(2t-1)^4(2t+1)\,dt = \int_{-2}^{0} \frac{\sqrt{2}\pi}{128} u^4(u+2)\,du = \frac{\sqrt{2}\pi}{60}$$

［参考］



3（環境システム学類・マネジメント学類・総合リハビリテーション学類志願者用）
以下の問いに答えよ．

(1) 自然数 n で, n^2-1 が素数になるものをすべて求めよ．

(2) $0 \leqq n \leqq m$ を満たす整数 m, n の組 (m,n) で, $3m^2+mn-2n^2$ が素数になるものをすべて求めよ．

(3) 0 以上の整数 m, n の組 (m,n) で, $m^4-3m^2n^2-4n^4-6m^2-16n^2-16$ が素数になるものをすべて求めよ．

解答例

(1) $n^2-1=(n+1)(n-1)$ だから, $n+1$ は 1 より大きい n^2-1 の約数である．従って n^2-1 が素数ならば $n-1=1$ が成り立つため, $n=2$ である．

(2) $3m^2+mn-2n^2=(m+n)(3m-2n)$ だから $m+n$ と $3m-2n$ は $3m^2+mn-2n^2$ の約数である．従って $3m^2+mn-2n^2$ が素数ならば $m+n=1$ または $3m-2n=1$ である．前者の場合, 仮定 $0 \leqq n \leqq m$ より $(m,n)=(1,0)$ であり, $3m^2+mn-2n^2=3$ は素数である．後者の場合, m は奇数だから $m=2k-1$ (k は自然数) とおくと $n=3k-2$ が得られる．このとき仮定 $0 \leqq n \leqq m$ より $0 \leqq 3k-2 \leqq 2k-1$ だから $\dfrac{2}{3} \leqq k \leqq 1$ が得られるため $k=1$ である．従って $(m,n)=(1,1)$ であり $3m^2+mn-2n^2=2$ は素数である．以上から求める整数の組 (m,n) は $(1,0)$ と $(1,1)$ である．

(3) $m^4-3m^2n^2-4n^4-6m^2-16n^2-16=(m^2+n^2+2)(m^2-4n^2-8)$ だから, m^2+n^2+2 は 1 より大きい $m^4-3m^2n^2-4n^4-6m^2-16n^2-16$ の約数である．従って $m^4-3m^2n^2-4n^4-6m^2-16n^2-16$ が素数ならば $m^2-4n^2-8=1$ が成り立つ．この等式は $(m-2n)(m+2n)=9$ と同値で, $m-2n \leqq m+2n$ に注意すれば $(m-2n, m+2n)=(1,9)$ または $(m-2n, m+2n)=(3,3)$ である．前者の場合は $(m,n)=(5,2)$ かつ $m^2+n^2+2=31$ は素数であり, 後者の場合は $(m,n)=(3,0)$ かつ $m^2+n^2+2=11$ は素数である．以上から求める 0 以上の整数の組 (m,n) は $(5,2)$ と $(3,0)$ である．

4（知識情報システム学類・獣医学類・応用生命科学類・緑地環境科学類・理学類志願者用）
座標平面上の点 $(1,0)$ を中心として半径 1 の円を C とする．実数 t は $0 \leqq t \leqq \pi$ の範囲を動くとし，C 上の点

$$\mathrm{P}(\cos t+1, \sin t)$$

における接線を ℓ とする．ℓ に垂直で原点を通る直線を m として，ℓ と m の交点を H とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) 点 H の座標を求めよ．

(2) $0<t<\pi$ のとき，原点，H，P を頂点とする三角形の面積を $S(t)$ とし，$t=0$ または $t=\pi$ のとき，$S(t)=0$ とする．t の関数 $S(t)$ の最大値を求めよ．

(3) $S(t)$ が最大値をとる t の値を t_0 とする．t が 0 から t_0 まで動いたときに点 H が通過する道のりを求めよ．

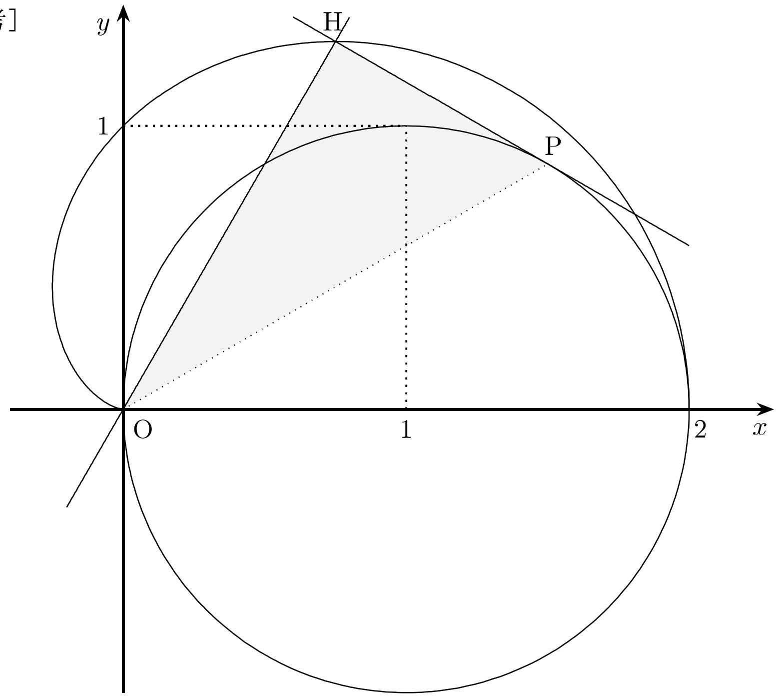
解答例
(1) ℓ の方程式は $\cos t(x-\cos t-1)+\sin t(y-\sin t)=0$ だから m の方程式は $-(\sin t)x+(\cos t)y=0$ である．従って連立 1 次方程式 $\begin{cases}(\cos t)x+(\sin t)y=1+\cos t \\ -(\sin t)x+(\cos t)y=0\end{cases}$ の解を求めれば，H の座標 $(\cos t(1+\cos t), \sin t(1+\cos t))$ が得られる．
(2) 原点を O とする．$\mathrm{OH}=1+\cos t$，$\mathrm{PH}=\sin t$ であり $\angle\mathrm{OHP}$ は直角だから $S(t)=\dfrac{1}{2}\sin t(1+\cos t)$ である．従って $S'(t)=\dfrac{1}{2}(2\cos t-1)(\cos t+1)$ だから，$S(t)$ は $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{3}$ の範囲で単調に増加し，$\dfrac{\pi}{3} \leqq t \leqq \pi$ の範囲で単調に減少する．故に $S(t)$ は $t=\dfrac{\pi}{3}$ のときに最大値 $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$ をとる．
(3) $t_0=\dfrac{\pi}{3}$ であり，2 倍角公式，cos の加法定理と半角公式を用いれば

$$\begin{aligned}\left(\frac{d}{dt}(\cos t(1+\cos t))\right)^2+\left(\frac{d}{dt}(\sin t(1+\cos t))\right)^2 &= (-\sin t-2\cos t\sin t)^2+(\cos t+\cos^2 t-\sin^2 t)^2 \\ &= (-\sin t-\sin 2t)^2+(\cos t+\cos 2t)^2 \\ &= 2+2(\cos 2t\cos t+\sin 2t\sin t)=2+2\cos(2t-t) \\ &= 2(1+\cos t)=4\cos^2\frac{t}{2}\end{aligned}$$

が成り立つため，求める道のりは以下で与えられる．

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{\left(\frac{d}{dt}(\cos t(1+\cos t))\right)^2+\left(\frac{d}{dt}(\sin t(1+\cos t))\right)^2}\,dt=\int_0^{\frac{\pi}{3}}2\left|\cos\frac{t}{2}\right|dt=\left[4\sin\frac{t}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=2$$

［参考］



4（環境システム学類・マネジメント学類・総合リハビリテーション学類志願者用）

a を正の実数の定数とし, 曲線 $y=x^3-3a^2x$ を C とする. 正の実数 t に対し, 曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(t,\,t^3-3a^2t)$ における接線を ℓ とし, C と ℓ の共有点で P 以外の点を Q とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 点 Q の座標を求めよ.

(2) 曲線 C と接線 ℓ によって囲まれた部分の面積を求めよ.

(3) 条件「点 Q における曲線 C の接線が ℓ に垂直である」を満たす正の実数 t がただ 1 つ存在するとき, 正の実数 a の値を求めよ. また, このとき点 Q における曲線 C の接線が ℓ に垂直になるような正の実数 t の値を求めよ.

4 (文系) の解答例

(1) ℓ の方程式は $y=3(t^2-a^2)x-2t^3$ であり, ℓ と C との交点の x 座標は 3 次方程式 $x^3-3a^2x=3(t^2-a^2)x-2t^3$ の解である. 右辺を左辺に移項すれば, 左辺は $(x-t)^2(x+2t)$ と因数分解されるため, この接線と C との P 以外の交点の x 座標は $-2t$ である. 従って Q の座標は $(-2t,-8t^3+6a^2t)$ である.

(2) ℓ の方程式は $y=3(t^2-a^2)x-2t^3$ であり, $x^3-3a^2x-(3(t^2-a^2)x-2t^3)=x^3-3t^2x+2t^3$ だから, C と ℓ によって囲まれた部分の面積は次で与えられる.

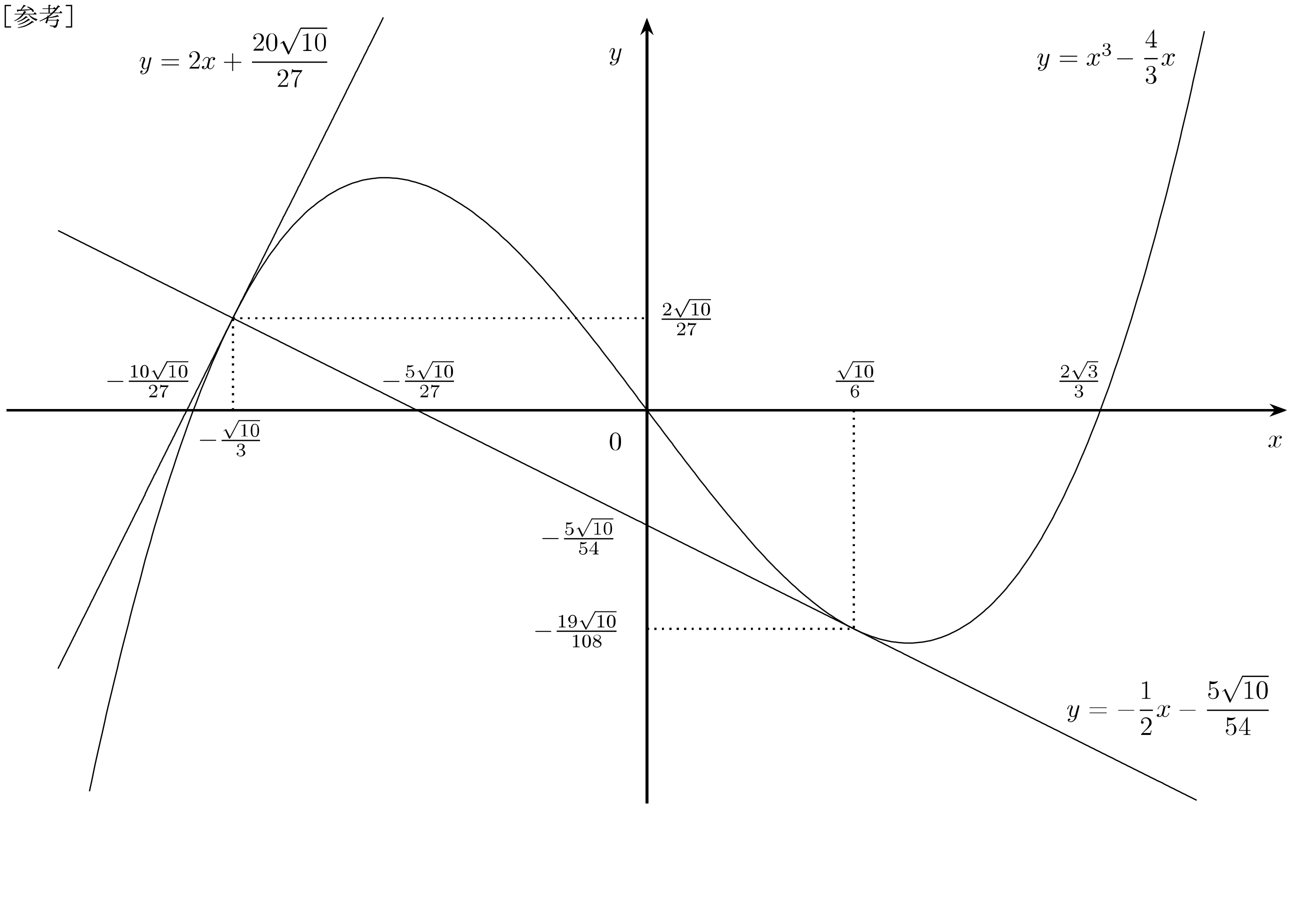
$$\int_{-2t}^{t}(x^3-3t^2x+2t^3)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}t^2x^2+2t^3x\right]_{-2t}^{t}=\frac{27t^4}{4}$$

(3) Q における C の接線を m とすると (1) の結果から, m の傾きは $3(4t^2-a^2)$ である. m が ℓ に垂直で m の傾きが 0 ならば, ℓ は x 軸に垂直になるが, ℓ は C の接線であるため, このようなことはあり得ない. 故に m の傾きは 0 でないので, m が ℓ に垂直ならば, ℓ の傾き $3(t^2-a^2)$ は $-\dfrac{1}{3(4t^2-a^2)}$ に等しい.

t を未知数とする方程式 $3(t^2-a^2)=-\dfrac{1}{3(4t^2-a^2)}$ は $36t^4-45a^2t^2+9a^4+1=0$ かつ $t\neq\dfrac{a}{2}$ と同値である. 前者を t^2 に関する 2 次方程式とみなしたときの判別式は $9(81a^4-16)$ だから, この方程式がただ 1 つの実数解をもつ条件は $a=\pm\dfrac{2}{3}$ であり, $a>0$ だから $a=\dfrac{2}{3}$ である.

t は $\dfrac{a}{2}$ と異なる $36t^4-45a^2t^2+9a^4+1=0$ の正の実数解で, $a=\dfrac{2}{3}$ だから t は $\dfrac{1}{3}$ と異なる $36t^4-20t^2+\dfrac{25}{9}=0$ の正の実数解である. この方程式の左辺は $\dfrac{1}{9}(18t^2-5)^2$ と因数分解されるため, $t^2=\dfrac{5}{18}$ だから $t=\dfrac{\sqrt{10}}{6}$ である.

［参考］



出題の意図

年度：2019 年度 日程（該当するものに○）前期 中期 後期 （ 枚目／ 枚目）
科目名（該当するものに○）： 外国語 数学 物理 化学 生物 総合科目 小論文（環）
小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総ﾘﾊ） 小論文（教福）

Ⅰ 斜方投射と落下の運動からの出題である。等速運動や重力加速度を伴う運動や２物体の衝突合体に伴う運動量保存則についての知識を問う。問題文を読んで物体がどのような運動をするかを考察させることによって、思考力・判断力・表現力を評価する。

Ⅱ 物理のコンデンサーを含む電気回路からの出題である。コンデンサーの並列接続、誘電体や金属板を挿入した場合や極板の間隔を変化させた場合に電気容量がどのように変化するのかを問う。また、電圧のつり合いと電荷保存を理解して、電気量を導出することができるかを問う。さらに、静電エネルギーと電池による仕事の関係を理解し、外力がした仕事に関して考察させる。それらを通して、思考力・判断力・表現力を評価する。

Ⅲ レンズについての出題である．光により凸レンズがつくる実像及び虚像、レンズの焦点距離、光の逆行性についての知識、及びその関係性についての知識を問う。また、それらの知識を活用し、正しく適用するための思考力・判断力・表現力を評価する。

2019年度　前期日程　理科(物理)　解答例

Ⅰ	解　答　欄	評　点
(1)	$(L=)\ v_1 t_1 \cos\theta$	
(2)	$(H=)\ v_1 t_1 \sin\theta - \frac{g}{2} t_1^{\,2}$	
(3)	$L=\ \frac{4}{3}H$	
	$t_1=\ \sqrt{\frac{2H}{3g}}$	
(4)	$(h=)\ H-\frac{g}{2}t_2^{\,2}$	
(5)	$h=\ v_2 t_2 \sin\alpha - \frac{g}{2} t_2^{\,2}$	
	$R=\ v_2 t_2 \cos\alpha$	
(6)	$(\tan\alpha=)\ \frac{H}{R}$	
(7)	$(t_2=)\ \frac{v_2\sin\alpha}{g}$	
(8)	$(v_2=)\ \frac{\sqrt{gH}}{\sin\alpha}$	
(9)	鉛直成分 $\frac{\sqrt{gH}}{2}$	
	水平成分 $\frac{\sqrt{gH}}{2\tan\alpha}$	
(10)	$(t=)\ \frac{\sqrt5-1}{2}\sqrt{\frac{H}{g}}$	
(11)	$\frac{3+\sqrt5}{4}R$	

Ⅱ	解　答　欄	評　点
(1)	$\frac{L+(\varepsilon_r-1)x}{L}C$	
(2)	$\frac{(\varepsilon_r-1)\Delta x C V^2}{2L}$	
(3)	$\frac{(\varepsilon_r-1)\Delta x C V^2}{L}$	
(4)	$-\frac{(\varepsilon_r-1)\Delta x C V^2}{2L}$	
(5)	$\frac{d_1}{\varepsilon_r d_2}$	
(6)	C_1の電気量 $\frac{\varepsilon_r^{\,2} d_2 C V}{\varepsilon_r d_2 + d_1}$	
	C_2の電気量 $\frac{\varepsilon_r d_1 C V}{\varepsilon_r d_2 + d_1}$	
(7)	$\frac{d_1 C}{2}\left(\frac{\varepsilon_r V}{\varepsilon_r d_2 + d_1}\right)^2$	
(8)	C_1の電気量 $\frac{\varepsilon_r^{\,2}(d_2-a)CV}{\varepsilon_r(d_2-a)+d_1}$	
	C_2の電気量 $\frac{\varepsilon_r d_1 C V}{\varepsilon_r(d_2-a)+d_1}$	

Ⅲ	解　答　欄		評　点	
(1)	距離 b　$\frac{af_1}{a-f_1}$	実像の高さ　$\frac{f_1}{a-f_1}h$		
(2)	$x=b-a$			
(3)	$b=2a$			
(4)	$d-\frac{af_1}{a-f_1}<f_2$			
(5)	虚像の位置　24	虚像の高さ　10　倍		
(6)	$\frac{e}{a-e}R$			
(7)	$\frac{(R-h)(a-e)}{a}+h$			

出題の意図

年度：2019年度　　日程（該当するものに○）前期　中期　後期　　1枚目／全1枚中）

科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）

小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総リハ）　小論文（教福）

第I問

分子量を題材に、以下の項目について問う問題である。

問1　理想気体の状態方程式の理解を問う。

問2　平均分子量の理解と解析方法の表現力を問う。

問3　実験操作に対する思考力と判断力を問う。

問4　実験結果の解析力を問う。

問5　実験の原理と特徴を理解し、実験結果を思考して解析する能力を問う。

第II問

ケイ素の単体とその化合物を題材に、以下の項目について問う問題である。

問1　ケイ素の単体および化合物の合成と構造についての知識と思考力を問う。

問2　生成熱、結合エネルギーおよびヘスの法則についての理解と計算力を問う。

問3　ケイ素の化合物の反応および化学反応式についての理解を問う。

問4　シリカゲルの構造と機能についての理解と記述力を問う。

問5　シリカゲルおよびシリコーンの構造および機能の相違についての理解と記述力を問う。

第III問

有機化合物を題材に、以下の項目について問う問題である。

問1　pH を変化させたときに、エーテルに対する溶解性に変化が生じるカルボキシ基を有する有機化合物の特性を理解しているかを問う。

問2　分子量と元素分析結果から、有機化合物の分子式を求めることができるかを問う。

問3　実験結果から有機化合物の構造情報を得て、それらの構造式を導けるかを問う。

問4　基本的な有機化学反応の名称を答えることができるかを問う。

問5　実験結果から有機化合物の構造情報を得て、それらの分子式を導けるかを問う。

問6　候補となる異性体を系統的に挙げたうえで、それらの中から与えられた条件をすべて満たす化合物を論理的に導くことができるかを問う。

2019年度　前期日程　化学　解答例

I

	ア	イ
(1)	w/M	wRT/(PV)

(2)

導出過程

空気の平均分子量を M_a として
$M_a = 28.0\times4/(4+1) +32.0\times1/(4+1) = \mathbf{28.8}$

答え　28.8

(3)

分子量を求めるためには、完全に蒸気になっている時の容器内の物質Xの質量が必要だから。

(4)

103（102でも可）

(5)

導出過程

容器の質量の差 $= 50.234 - 49.900 = 0.334$ g
容器の中身の質量は, 物質Xの蒸気圧 0.20×10^5 Pa (27℃)を考慮すると
　空の容器の中：1.00×10^5 Pa の空気
　放冷後の容器の中：物質Xと[$(1.00 - 0.20)\times10^5$ の空気]
だから質量の差0.334 g は、放冷後の容器中の物質Xの質量を w_x として
$0.334 = w_x -$ [0.20×10^5 Pa 分の空気の質量] となるので
$w_x = 0.334 +$ [0.20×10^5 Pa 分の空気の質量]

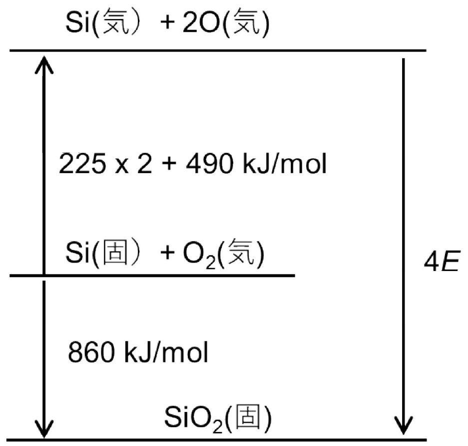
空気の平均分子量 28.8 と理想気体の状態方程式より
上式の[0.20×10^5 Pa 分の空気の質量] : w_a を求めると
$w_a = PVM_a/(RT) = (0.20\times10^5\times0.100\times28.8)/(8.31\times10^3\times300)$
　$= 0.02310 \rightarrow 0.023$ g

よって $w_x = 0.334 + 0.023 = 0.357$ g
物質Xの分子量 M_x は
$M_x = w_xRT/(PV) = (0.357\times8.31\times10^3\times370)/(1.00\times10^5\times0.100)$
　$= 109.766 \rightarrow \mathbf{110}$

答え　110

I 評点

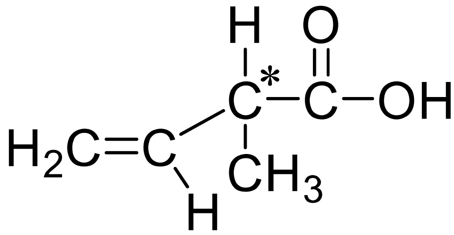
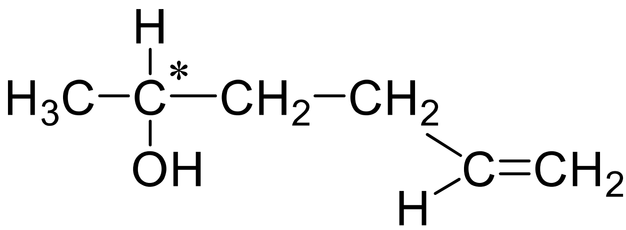
II

<table>
<tr><td rowspan="2">（1）</td><td>ア</td><td>酸素</td><td>イ</td><td>炭化ケイ素
(SiC)</td><td>ウ</td><td>8</td></tr>
<tr><td>エ</td><td>16</td><td>オ</td><td>水ガラス</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>（2）</td><td colspan="6">エネルギー図


結合エネルギーE =　450　kJ / mol</td></tr>
<tr><td rowspan="2">（3）</td><td>①</td><td colspan="5">$SiO_2 + 2\ C \rightarrow Si + 2\ CO$</td></tr>
<tr><td>②</td><td colspan="5">$SiO_2 + 6\ HF \rightarrow H_2SiF_6 + 2\ H_2O$</td></tr>
<tr><td>（4）</td><td colspan="6">多孔質で大きな表面積をもつ</td></tr>
<tr><td rowspan="2">（5）</td><td colspan="6">シリカゲルについて
シリカゲルは親水性のヒドロキシ基をもつため，水を吸着する。</td></tr>
<tr><td colspan="6">シリコーンについて
シリコーンは疎水性のアルキル基で覆われた構造をもつため，撥水性を示す。</td></tr>
</table>

II 評点

III

（1）	上層
（2）	$C_5H_8O_2$
（3）	
（4）	ヨードホルム反応
（5）	$C_6H_{12}O$
（6）	

III　評点

出題の意図

年度：2019年度 日程（該当するものに○）：前期　中期　後期　　　（ 1 枚目／　枚目）
科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）
小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総リハ）　小論文（教福）

Ⅰ

問１　生物基礎からの出題である。腎臓の機能についての知識を問う。与えられた情報から論理的に正確な解を導き出すための基礎的知識と論理的思考力を問う問題である。

問２　生物基礎からの出題である。体液調節についての知識を問う。腎臓の機能を理解した上で与えられたデータから正確に解を導き出すための分析力、論理的思考力、および思考の柔軟性を問う。

問３　生物基礎からの出題である。タンパク質やアミノ酸の代謝によって生じるアンモニアの排出様式における脊椎動物種間の相違についての知識を問う。

Ⅱ

免疫に関する基礎知識を問うとともに、免疫に関わる神経疾患の機序、がん治療における免疫応用について、論理的な思考力・分析力・知識応用力を評価する。

Ⅲ

生物（代謝，生物の系統）からの出題であり，植物をはじめとする多様な光合成生物の分類と特徴についての総合的な知識を問うとともに，植物の受精様式や特殊な光合成の仕組みについて指定した語数の範囲で簡潔に説明させることによって，判断力・表現力を評価する。

Ⅳ

群集における植物の光環境応答に関する問題であり，文章や図で示されている内容から，光環境に対する植物応答を予想することのできる論理的思考力を評価する．さらに，植物の群集構造や森林の遷移過程に関する知識と，それらを文章や図で表現できる能力を評価する．

(2019年度　前期日程)

生物
解答用紙 ①

受験番号

受験番号記入例 0123456789

受験番号

注意 (1) 受験番号欄（2箇所）に受験番号を必ず大きく丁寧に記入すること。
(2) 選択する科目欄に〇をつけること。
(3) 選択しない科目の解答用紙には，解答欄と採点欄に大きく×の印をつけること。

選択する科目		
物理	化学	生物

生物

41

採点欄

I

問1	(1)	ア	D	イ	B
		ウ	A	エ	C
	(2)	c	f		
問2	(1)	36 mg	(2)	16 mg	
	(3)	2.3 倍			
問3	(1)	あ	アンモニア	い	尿酸
	(2)	う	a, d		

選択肢(f)の用語について「脳下垂体後葉」とすべきところを学術用語としては一般的に用いられる「下垂体後葉」と記載していました。
高校の教科書で一般的ではなかったことから、当該設問部分を全員正解として採点しています。

I 評点

I 評点

II

問1	ア	自然	イ	獲得	ウ	体液性	エ	細胞性
	オ	膵臓(ランゲルハンス島, β, B)	カ	骨髄	キ	形質(抗体産生, プラズマ)	ク	ヘルパーT

問2	自己免疫疾患
問3	アセチルコリンは神経の末端から筋肉に向けて放出され，脳からの指令を伝える。抗体によって受容体の働きを妨げることで，脳からの指令が筋肉に伝わりにくくなる。
問4	成熟T細胞の胸腺からの遊出はかなり幼若のうちから起こるため

問5	ケ	人工多能性幹(iPS)	コ	樹状(マクロファージ)	サ	ワクチン	シ	初期胚	ス	胚性幹(ES)

問6	(1) (2)
問7	・注射針等での直接的な細胞内への遺伝子導入 ・ウイルスに遺伝子を組み込んで細胞に感染させる ・人工高分子(リポソーム)等の人工合成キャリアーを用いた細胞内導入　等

II 評点

II 評点

(2019 年度　前期日程)

生物 解答例

解答用紙 ②

受験番号

受験番号記入例 0123456789

注意 (1) 受験番号欄（２箇所）に受験番号を必ず大きく丁寧に記入すること。
(2) 選択する科目欄に○をつけること。
(3) 選択しない科目の解答用紙には，解答欄と採点欄に大きく×の印をつけること。

選択する科目		
物理	化学	生物

III

問1	ア	緑藻類	イ	シャジクモ類	ウ	クチクラ層
	エ	維管束	オ	アブシシン酸		
問2	b	問3	a c	問4	a b c	

問5	シダ植物は受精に雨水など外部の水を必要とするが，種子植物はこれを必要としない。イチョウやソテツといった一部の裸子植物は受精に胚珠内の液体を必要とするが、針葉樹類や被子植物はこれを必要としない。

問6	(1)	①の植物： C_4植物　②の植物： CAM植物
	(2)	気孔から取り込んだCO_2をいったんC_4化合物の有機酸に固定して貯蔵し，この有機酸からCO_2を取り出して炭酸同化を行う。
	(3)	C_4植物はCO_2の有機酸への固定と炭酸同化を空間的に分けて行うのに対して，CAM植物はそれらの過程を時間的に分けて行う。

III 評点

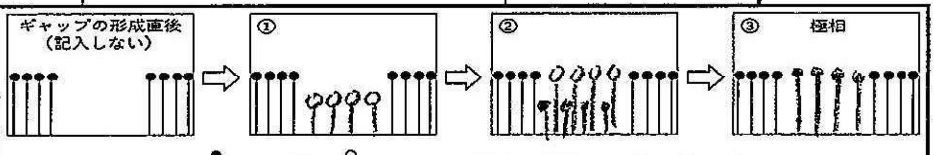
IV

問1	(1)	c
	(2)	光合成を行う同化器官が下層に集中していることで、下層まで光が届く。

問2	野生株	c	変異体*phy*	d	変異体*x*	a

問3	(1)	e	
	(2)	ギャップの中心	a
		ジベレリンの含有量が最も多くなる場所	a

問4



陰樹は ，陽樹は で示し，樹高は縦棒の長さで表現すること。
樹木の水平方向の大きさは考慮しなくてもよい。

IV 評点

受験番号

生物

42

採点欄

III 評点

IV 評点

出題の意図

年度：2019 年度　日程（該当するものに○）：前期　中期　後期　（ 1 枚目／ 1 枚目）
科目名（該当するものに○）：外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）
小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総ﾘﾊ）　小論文（教福）

外国語（英語）の試験では、英語の読解力と表現力を中心とした英語の学力を問う。

I（読解問題）では、知識とコミュニケーションに関する英語の文章を題材として、語彙・文法・構文に関する知識、内容を的確に把握する力を、記号選択の問題と記述式の解答を求める問題を通してみる。以下、記述式問題について詳しく記す。

B　本文全体の意味を正しく理解したうえで、“make innovation possible” “come up with big ideas” “communicate them”の訳に注意し、正確で自然な日本語に直せるかをみる。

D　本文全体の意味を踏まえたうえで、“not simply … but”の構文、“His scientific genius lay” “beyond everyone’s understanding”の意味を正しく理解し、適切な日本語に直せるかを試す。

G　本文を理解したうえで、“can’t really know anything” “anything that” の意味を正しく把握し、自然な日本語で表現できるかをみる。

II（和文英訳の問題）では、日本語を正しく理解し、それを的確な英語で表現する能力を問う。

(1)　本文全体の意味を理解したうえで、「見るという行為」「作者の見た目で」を的確に訳し、正確で自然な英語の文になっているかをみる。

(2)　本文を理解したうえで、それぞれの語句を正確に訳し、「そこには … 成立する」を自然な英文で表現できるかを問う。

III（読解問題）では、睡眠についての英語の文章を題材として、語彙・文法・構文についての知識、内容を正確に理解する力を、記号選択の問題と記述式の解答を求める問題を通してみる。以下、記述式問題について詳しく記す。

C　本文全体の意味を理解したうえで、英語の構文を正しく把握し、“Taken as a whole” “one out of every two” “this coming week” に注意して正確で自然な日本語に直せるかを試す。

D　本文を理解したうえで、“never recover all” “the sleep it has been deprived of” に注意し、適切な日本語の文章で表現できるかをみる。

2019年度　前期日程　外国語(英語)　解答例

問題	設問					採点欄
I	A	①　カ	③　イ	⑥　オ		
	B	※				
	C	イ				
	D	※				
	E	ウ				
	F	あ　2	い　4	う　1	え　3	
	G	※				
	H	イ				
					計 I	

II	(1)	※	
	(2)	※	
		計 II	

III	A	ウ				
	B	イ				
	C	※				
	D	※				
	E	①　ウ	③　オ	⑤　ア		
					計 III	

※　出題の意図をご参照ください。

出題の意図

年度：2019年度 日程（該当するものに○）：前期　中期　後期　（1枚目／1枚目）
科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）
小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総リハ）　小論文（教福）

【出題の意図】

設問一　科学的テキストとデータに基づいた図的表現を読み取り、その内容を踏まえて文章によって表現する力を問う。

問一
本文の内容を正確に読み取り、論理的に表現する力をみる。

問二
本文と図に示された内容を理解し、表現する力をみる。

問三
本文と図に示された内容を統合的に理解し、論理的に説明する力をみる。

設問二　社会科学的テキストを読み取り、その内容を踏まえて文章によって表現する力を問う。

問一
本文の内容を正確に読み取る力をみる。

問二
本文に示された内容を理解し、表現する力をみる。

問三
本文の内容を正確に読み取り、本文の内容を再構成して文章表現する力をみる。

出題の意図

年度：2019 年度　日程（該当するものに○）：前期　中期　後期　（１枚目／１枚目）

科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）

小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総ﾘﾊ）　小論文（教福）

【出題の主旨】

「日本語の文章に基づいて論述させ，①科学的な理解力，②論理的思考，表現力を問う」

問題Ⅰ

人はどのように他人を理解する心を育んでいくのか、日常の現象や実験に基づいて３歳児のメタ表象能力について述べられている文章を読み、理解力と、内容を論理的に思考し、表現する力を評価する。

問 1. 文中には、「１つのモノに２つのアイデンティティを同時にもたせることが難しい」例が切り口を変えて２つ述べられている。その違いを読み取ったうえで、字数内にまとめることができるかを問う。

問 2. ３歳児は発達上、「物の予期せぬ移動課題」にほぼ答えられない。メタ表象能力を獲得すると何が理解できるようになるか、文章全体を理解した上で、「１人目の登場人物が理解していること」と「自分自身が理解した正しいビー玉の場所と１人目の登場人物が理解していることとは異なること」の２つの重層構造について「物の予期せぬ移動課題」という例の具体的な認知が書けているか、読解力と理解力を問う。

問 3.「メタ表象能力の発達は、心の理解、発話の理解の両方に不可欠」という下線部の上段にある段落の抜き書きでは問いの回答にはならない設定にしている。メタ表象能力やその発達が何かという理解力と、文章全体の内容を論理的に思考し、表現する力を問う。

問題Ⅱ

読書の価値について述べられている素材を用いて、問題とされた主題に対してテキストから適切に読み取り端的に表現する能力、また、テキスト全体から著者の主張を抽出し、要約して表現する能力を問う。

問 1. テキスト内に記載されている「知識を頭の中に入れる意味」について、一人で頭の中で考えるような外部に頼れないときに知識が用いられること、また、発想をするときはどのように知識が用いられているのかを要約して表現する能力を問う。

問 2. 著者が考える読書の価値について、読書は連想のきっかけとして最も効率が良いことや本には日常から距離をとる機能があること、読書によってわからないことがこの世界にあると理解でき、勉強や理解したい、近づきたいと感じる動機が得られること、本を通して普通には会えない人に会え、わからないが凄そうという感覚を抱けること、自分の興味対象の価値に影響することなどをテキストから抽出し、端的に表現する能力を問う。

出題の意図

年度：2019 年度　日程（該当するものに○）　前期　中期　後期　（ 1 枚目／ 1 枚目）

科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）
小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総リハ）　小論文（教福）

大阪府立大学地域保健学域総合リハビリテーション学類の入学者受入方針を理解したうえで，他者の立場を推測し，リハビリテーションの役割を総合的に考え，自らの意見を論理的に表現する能力を問う。

問題 I

社会の近代化とプロフェッショナルに関する文章を読解させ，ディスエイブリング・プロフェッショナルズという問題提起についてリハビリテーション専門職を目指す立場から考察させることで，論理的思考力および医療や保健への興味・関心を適切に表現する能力を評価する。

問題 II

義足のデザインに関する文章を読解させ，デザイナーが義足の製作にどのように貢献できるかを考察させることで，他者の感情や価値観を理解する能力，多様な可能性をイメージする能力，それらを論理的に表現する能力を評価する。

出題の意図

年度：2019 年度　日程（該当するものに○）：○前期　　中期　　後期　　　　（　枚目／　枚目）

科目名（該当するものに○）：　外国語　数学　物理　化学　生物　総合科目　小論文（環）

小論文（応生）　小論文（看）　小論文（総ﾘﾊ）　○小論文（教福）

1

「フリーター問題」を題材として、現代における社会問題の表れ方・受け止められ方とその解決に向けた方策を考えさせることにより、現代社会と人間をめぐる諸問題に関する知識、理解力、構想力および論理的な思考力・表現能力を評価する。

問１　「フリーター問題」が個人の問題とされているが実は社会の問題である、という「個人化」という枠組みで捉えられていることを試す。「時代」という言葉と B の記述から、かつての時代状況との比較に言及できているかを試す。仲間とともに問題に気づき、声を上げることの意義について論述できているかを試す。

問２　労働分野以外で、近年の日本国内における具体的事例を挙げていること。

問３

① 本文中で言及されている以外の事例を１つ挙げた上で、それが「個人の問題」として見なされてきたこと、実は「社会の問題」であることを論理的に記述できるかを試す。

② ①で述べた「社会の問題」であることを踏まえ、具体的な解決策について、自身の考えを論理的に記述できるかを試す。

2

「普遍的な人間開発」を題材として、グローバル化時代における問題の表れ方・受け止められ方とその解決に向けた方策を考えさせることにより、社会と人間をめぐる諸問題に関する知識、理解力、構想力および論理的な思考力・表現能力を評価する。

問１　適切な箇所を抜き出せるかを試す。

≪解答例≫「ほんの一握りの人数でも大多数の人でもなく、世界のあらゆる場所で生活する、現在および将来のすべての人が自分の可能性を完全に実現」あるいは「すべての人に平等」

問２　「基本的欠乏」が何を指しているのかを理解した上で、それらが人間開発の阻害要因になる理由を論理的に記述できるかを試す。

問３　グローバル化の影響を考慮した上で、具体的な「行動」と「協力」に関する自身の考えを論理的に記述できるかを試す。

問４　「他者に対する不寛容」とは何を意味するのかを理解した上で、問題解決の方策について具体的かつ論理的に記述できるかを試す。