

出題の意図

年度：2021 年度 日程（該当するものに○）：前期 中期 後期（1 枚目／1 枚目）

科目名（該当するものに○）： 外国語 数学 物理 化学 生物 総合科目 小論文（環）
小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総リハ） 小論文（教福）

問題 1

数学 A，数学 B，数学Ⅲ からの出題である。

確率，数列の漸化式，等比数列，数列の極限についての基本的な知識を問う。これらの知識を活用し，解を導く過程を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する。

問題 2

数学 A，数学 B，数学Ⅱ からの出題である。

組合せの総数について成り立つ等式を証明し，その等式と二項定理を応用して， Σ を用いた計算を段階的に記述させることにより，思考力・応用力・表現力を評価する。

問題 3

数学Ⅰ，数学Ⅱからの出題である。

判別式，解と係数の関係，定積分についての知識を問う。これらの知識を活用し，直線と 3 次曲線が 3 点で交わるための条件や囲まれた図形の面積を求めさせることによって，思考力・判断力・表現力を評価する。

問題 4

数学Ⅲ からの出題である。

微分とその応用，三角関数の積分法，数列の極限についての知識を問う。これらの知識を活用し，論理的に解を導く過程を記述させることによって，思考力・判断力・表現力を評価する。

2021年度（後期）数学 解答例

1 の解答例

(1) 1 回目の操作で 3 個取り出したとき、赤玉が 1 個残る確率と 0 個残る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である。赤玉が 2 個になるのは赤玉が 0 個残った場合なので、求める確率は $p_1 = \frac{1}{2}$

(2) 1 回目の操作後の状態は「赤玉 3 個, 白玉 1 個」または「赤玉 2 個, 白玉 2 個」の 2 通りである。2 回目の操作後に赤玉が 0 個になる確率をそれぞれ考える。赤玉 3 個と白玉 1 個から赤玉 3 個取り出す確率は $\frac{1}{4}$, 赤玉 2 個と白玉 2 個から赤玉 2 個取り出す確率は $\frac{1}{2}$ である。よって、求める確率は

$$p_2 = \frac{1}{4}(1 - p_1) + \frac{1}{2}p_1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

(3) $n-1$ 回目の操作後の状態は「赤玉 3 個, 白玉 1 個」または「赤玉 2 個, 白玉 2 個」の 2 通りであるから, (2) と同様にして考えると

$$p_n = \frac{1}{4}(1 - p_{n-1}) + \frac{1}{2}p_{n-1} \quad \therefore p_n = \frac{1}{4}p_{n-1} + \frac{1}{4}$$

(4) (3) で求めた漸化式より

$$p_n - \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \left(p_{n-1} - \frac{1}{3} \right)$$

数列 $\left\{ p_n - \frac{1}{3} \right\}$ は初項 $p_1 - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, 公比 $\frac{1}{4}$ の等比数列であるから

$$p_n - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1} \quad \therefore p_n = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1} + \frac{1}{3}$$

(5) (4) で求めた p_n の式より $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{1}{3}$

2 の解答例

(1)

$$\begin{aligned} k {}_n C_k &= k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)!((n-1)-(k-1))!} = n {}_{n-1} C_{k-1} \end{aligned}$$

$$(2) \quad (1) \text{ より } \sum_{k=1}^n k {}_n C_k = \sum_{k=1}^n n {}_{n-1} C_{k-1} = n \sum_{k=1}^n {}_{n-1} C_{k-1}$$

ここで、二項定理 $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k x^k y^{n-k}$ を用いると

$$\sum_{k=1}^n {}_{n-1} C_{k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} {}_{n-1} C_k = (1+1)^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$\therefore (\text{与式}) = n2^{n-1}$$

$$(3) \quad (1) \text{ より } \sum_{k=2}^n k(k-1) {}_n C_k = \sum_{k=2}^n (k-1) n {}_{n-1} C_{k-1} = n \sum_{k=2}^n (k-1) {}_{n-1} C_{k-1}$$

ここで (2) より $\sum_{k=2}^n (k-1) {}_{n-1} C_{k-1} = \sum_{k=1}^{n-1} k {}_{n-1} C_k = (n-1)2^{n-2}$ であるから

$$(\text{与式}) = n(n-1)2^{n-2}$$

(4) $(k-1)^2 = k(k-1) - (k-1)$ より

$$\begin{aligned} 1 + \sum_{k=2}^n (k-1)^2 {}_n C_k &= 1 + \sum_{k=2}^n k(k-1) {}_n C_k - \sum_{k=2}^n k {}_n C_k + \sum_{k=2}^n {}_n C_k \\ &= 1 + \sum_{k=2}^n k(k-1) {}_n C_k - \sum_{k=1}^n k {}_n C_k + n {}_n C_1 + \sum_{k=2}^n {}_n C_k \end{aligned}$$

ここで、二項定理より $1 + n {}_n C_1 + \sum_{k=2}^n {}_n C_k = \sum_{k=0}^n {}_n C_k = (1+1)^n = 2^n$ であるから、

(2), (3) より

$$(\text{与式}) = n(n-1)2^{n-2} - n2^{n-1} + 2^n = (n^2 - 3n + 4)2^{n-2}$$

3 の解答例

(1) $y = ax - 2a + 1$ より $a(x - 2) + (1 - y) = 0$. この式は $x - 2 = 0, 1 - y = 0$ のとき, a の値にかかわらず成り立つ. よって, $P(2, 1)$

(2) $y = ax - 2a + 1$ と $y = x^3 - 4x + 1$ から y を消去すると, $x^3 - 4x + 1 - (ax - 2a + 1) = 0$ より

$$x^3 - (a + 4)x + 2a = (x - 2)(x^2 + 2x - a) = 0$$

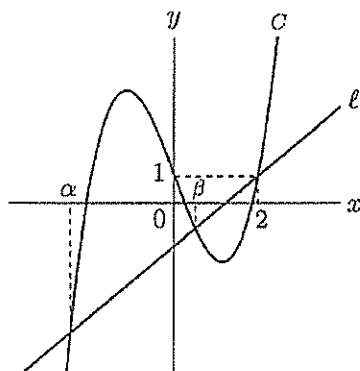
$f(x) = x^2 + 2x - a$ とし, 2 次方程式 $x^2 + 2x - a = 0$ の判別式を D とすると, ℓ と C が異なる 3 点で交わるためには

$$\frac{D}{4} = 1 + a > 0 \quad \text{かつ} \quad f(2) = 8 - a \neq 0$$

すなわち, $a > -1$ かつ $a \neq 8$

(3) $0 < a < 4$ のとき, (2) の条件をみたすから, ℓ と C が異なる 3 点で交わる. $f(x) = 0$ の 2 つの解を α, β ($\alpha < \beta$) とすると, $f(2) = 8 - a > 0$ かつ 2 次関数 $y = f(x)$ の軸: $x = -1 < 2$ であるから, $\alpha < \beta < 2$ となる. よって, ℓ と C で囲まれた部分のうち, ℓ の上方にある部分の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} \{x^3 - 4x + 1 - (ax - 2a + 1)\} dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} (x^3 - (a + 4)x + 2a) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{a + 4}{2}x^2 + 2ax \right]_{\alpha}^{\beta} \\ &= \frac{1}{4}(\beta^4 - \alpha^4) - \frac{a + 4}{2}(\beta^2 - \alpha^2) + 2a(\beta - \alpha) \end{aligned}$$



ここで, $\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -a$, $\beta - \alpha = 2\sqrt{1 + a}$ より

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2(a + 2)$$

$$\beta^2 - \alpha^2 = (\beta + \alpha)(\beta - \alpha) = -4\sqrt{1 + a}$$

$$\beta^4 - \alpha^4 = (\beta^2 + \alpha^2)(\beta^2 - \alpha^2) = -8(a + 2)\sqrt{1 + a}$$

$$\therefore S = 4(1 + a)\sqrt{1 + a}$$

題意より $S = \frac{27}{2}$ となればよいから, $\frac{27}{8} = (1 + a)^{3/2}$ より $a = \frac{5}{4}$

4 の解答例

(1) $f_1(x) = \int_0^x (2 \cos^2 \theta + \cos \theta - 1) d\theta$ より

$$f_1'(x) = 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = (\cos x + 1)(2 \cos x - 1)$$

$f_1'(x) = 0$ とすると

$$\cos x = -1, \frac{1}{2}$$

より $x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$

x	0	...	$\frac{\pi}{3}$	...	π	...	$\frac{5\pi}{3}$	...	2π
$f_1'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	
$f_1(x)$	0	↗		↘		↘		↗	0

ここで

$$f_1(x) = \int_0^x \{(1 + \cos 2\theta) + \cos \theta - 1\} d\theta = \left[\frac{1}{2} \sin 2\theta + \sin \theta \right]_0^x = \frac{1}{2} \sin 2x + \sin x$$

より

$$f_1\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{4}, \quad f_1\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \frac{10\pi}{3} + \sin \frac{5\pi}{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

増減表より, $f_1(x)$ の最大値は $\frac{3\sqrt{3}}{4}$, 最小値は $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(2)

$$f_n'(x) = 2n \cos^2 x + (2n^2 - 1) \cos x - n = (\cos x + n)(2n \cos x - 1)$$

$0 \leq x \leq \pi$ において $\cos x = \frac{1}{2n}$ となる x を α とおくと, 増減表より $f_n(x)$ は $x = \alpha$ で最大となる. よって

x	0	...	α	...	π
$f_n'(x)$		+	0	-	
$f_n(x)$	0	↗		↘	

$$\begin{aligned} M_n = f_n(\alpha) &= \int_0^\alpha \{n(1 + \cos 2\theta) + (2n^2 - 1) \cos \theta - n\} d\theta \\ &= \left[\frac{n}{2} \sin 2\theta + (2n^2 - 1) \sin \theta \right]_0^\alpha = \frac{n}{2} \sin 2\alpha + (2n^2 - 1) \sin \alpha \\ &= \sin \alpha (n \cos \alpha + 2n^2 - 1) = \sqrt{1 - \frac{1}{4n^2}} \left(2n^2 - \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

(3)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{1}{4n^2}} \left(2 - \frac{1}{2n^2} \right) = 2$$

出題の意図

年度：2021 年度 日程（該当するものに○）： 前期 中期 後期 （ 1 枚目 / 1 枚目）

科目名（該当するものに○）： 外国語 数学 物理 化学 生物 総合科目 小論文（環）

小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総研） 小論文（教福）

I 一端が円板に取り付けられた筒内に置かれた物体の運動についての出題である。回転運動による遠心力、力のつり合い、摩擦力、摩擦力により失われた力学的エネルギーなどについての基礎的な知識を問う。問題文を正確に読んで、物体にはたらく様々な力の関係を考察させることにより、読解力、論理的思考力、判断力、計算力、および、表現力を評価する。

II オームの法則、ジュールの法則、ホール効果を題材として、電流の関与する現象を電子の運動として捉えることができているかを問う。オームの法則、ジュールの法則の公式を電子の運動の観点から導出させることにより、また、ホール電圧を測定することの意味を論ずる問題により、読解力、思考力、判断力、計算力、および、表現力を評価する。

III 光を波として取り扱い、波の伝播と干渉を問う問題である。(1) 正弦波の式の理解を問う。(2) ～ (4) は、屈折率が n の薄膜を透過する波と薄膜を透過しない波との重ね合わせで生じる干渉についての理解を問う。(5) ～ (7) は、薄膜表面での反射波と、薄膜内部での反射波の干渉を問う。上記の出題内容から基礎的な知識を問うとともに、読解力、論理的思考力、判断力、計算力、および、説明能力を評価する。

I		
(1)	$ml_0\omega_0^2 \sin \theta_0$	
(2)	水平方向 $N \cos \theta_0 = ml_0\omega_0^2 \sin \theta_0$	鉛直方向 $N \sin \theta_0 = mg$
(3)	$\sqrt{\frac{g \cos \theta_0}{l_0 \sin^2 \theta_0}}$	
(4)	$\mu < \frac{1}{\tan \theta_1}$	
(5)	(導出) 小球の加速度を a とすると, $ma = mg \cos \theta_1 - \mu' mg \sin \theta_1$ より, $a = g \cos \theta_1 - \mu' g \sin \theta_1$。 点 O に達するまでの時間を t とすると, $\frac{1}{2}at^2 = l_0$ より, $t = \sqrt{\frac{2l_0}{a}} = \sqrt{\frac{2l_0}{g \cos \theta_1 - \mu' g \sin \theta_1}}$ 摩擦によって失われた力学的エネルギーは, 点 B における位置エネルギーと点 O に達したときの小球の運動エネルギーの差。点 O における速さ v とすると, $v = at = a\sqrt{\frac{2l_0}{a}} = \sqrt{2al_0} = \sqrt{2gl_0(\cos \theta_1 - \mu' \sin \theta_1)}$ よって, 損失したエネルギーは, $mg l_0 \cos \theta_1 - \frac{1}{2}mv^2 = mg l_0 \cos \theta_1 - \frac{1}{2}m \cdot 2gl_0(\cos \theta_1 - \mu' \sin \theta_1) = \mu' mg l_0 \sin \theta_1$ 【後半別解】 求めるエネルギーは, 摩擦力 $F = \mu' mg \sin \theta_1$ のした仕事の大きさと等しい。よって, $F l_0 = \mu' mg l_0 \sin \theta_1$ 答 点 B から点 O に達するまでの時間 $\sqrt{\frac{2l_0}{g \cos \theta_1 - \mu' g \sin \theta_1}}$ 失われた力学的エネルギー $\mu' mg l_0 \sin \theta_1$	
(6)	摩擦力の大きさ $ mg \cos \theta_0 - ml_0\omega^2 \sin^2 \theta_0 $	垂直抗力の大きさ $mg \sin \theta_0 + ml_0\omega^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$
(7)	(導出) (6) で求めた垂直抗力の大きさを N とする。 ① 小球が点 B から落ちていかない場合, 摩擦力が筒に沿って上向きにはたらく。 図より, このときの ω の満たすべき条件は $mg \cos \theta_0 - ml_0\omega^2 \sin^2 \theta_0 \leq \mu N$。 (6) の N を代入して整理すると, $-l_0 \sin \theta_0 (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta_0) \omega^2 \leq -g (\cos \theta_0 - \mu \sin \theta_0)$ ここで, 明らかに $\sin \theta_0 + \mu \cos \theta_0 > 0$ なので, $\omega^2 \geq \frac{g(\cos \theta_0 - \mu \sin \theta_0)}{l_0 \sin \theta_0 (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta_0)}$ ② 小球が点 B から上がっていかない場合, 摩擦力が筒に沿って下向きにはたらく。 図より, 満たすべき条件は $ml_0\omega^2 \sin^2 \theta_0 - mg \cos \theta_0 \leq \mu N$。 N を代入して整理すると, $l_0 \sin \theta_0 (\sin \theta_0 - \mu \cos \theta_0) \omega^2 \leq g (\cos \theta_0 + \mu \sin \theta_0)$ $\sin \theta_0 - \mu \cos \theta_0 > 0$ となるので, $\omega^2 \leq \frac{g(\cos \theta_0 + \mu \sin \theta_0)}{l_0 \sin \theta_0 (\sin \theta_0 - \mu \cos \theta_0)}$ 答 $\omega_1 : \sqrt{\frac{g(\cos \theta_0 - \mu \sin \theta_0)}{l_0 \sin \theta_0 (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta_0)}}$ $\omega_2 : \sqrt{\frac{g(\cos \theta_0 + \mu \sin \theta_0)}{l_0 \sin \theta_0 (\sin \theta_0 - \mu \cos \theta_0)}}$	
(8)	(導出) $\theta = 45^\circ$, $\mu = 0.5$ を各式に代入して, $\omega_1^2 = \frac{\sqrt{2}g(1-\mu)}{l_0(1+\mu)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{g}{l_0}$, $\omega_2^2 = \frac{\sqrt{2}g(1+\mu)}{l_0(1-\mu)} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{g}{l_0}$。 また, $\omega_0^2 = \sqrt{2} \cdot \frac{g}{l_0}$ となるので, $\omega_1^2 = \frac{1}{3}\omega_0^2$, $\omega_2^2 = 3\omega_0^2$。 答 $\omega_1 : \frac{\sqrt{3}}{3}\omega_0$ $\omega_2 : \sqrt{3}\omega_0$	

II			
(1)	$\frac{eV}{m\ell}$	(2)	$\frac{eV}{k\ell}$
(3)	導出 面1と面2の間に生じる電場の大きさを $\mathcal{E}$ とおくと $\mathcal{E} = V/\ell$ である。平均の衝突時間を τ とおくと、1回の衝突から次の衝突までの間に1個の自由電子が電場から受ける力積は $e\mathcal{E}\tau$ であり、この間の運動量の変化は mv であるから $e\mathcal{E}\tau = mv, \quad \therefore \tau = \frac{mv}{e\mathcal{E}}.$ $\mathcal{E}$ と問(2)で求めた v を代入すると $\tau = m/k$. 答 $\frac{m}{k}$		
(4)	電流の大きさは単位時間に導体の断面を通過する電荷量である。導体の断面積は dh、単位時間にこの断面を通過する自由電子の数は $dh \times nv$ であるから、電流の大きさを I とおくと $I = edhnv \stackrel{(2)}{=} \frac{e^2 dhn}{k\ell} V$ となり、$\frac{e^2 dhn}{k\ell}$ は定数なので、I は V に比例する。		
(5)	1個の自由電子が単位時間に電場からされる仕事は $e\mathcal{E}v$ であり、自由電子の総数は $ndh\ell$ であるから、導体内に生じる熱量 Q は $Q = e\mathcal{E}vndh\ell \stackrel{(4)}{=} I\mathcal{E}\ell = IV.$		
(6)	$\frac{eVB}{k\ell}$		
(7)	問(6)より $V_H = dE = dvB$ とかける。この式と、問(4)の I の式から v を消去すれば $n = \frac{IB}{ehV_H}$ を得る。右辺の I, B, e, h は既知であるので、V_H の値が分かればこの式より n の値が分かる。		

III		
(1)	$a = f$	$b = -\frac{n}{\lambda}$
(2)	導出: 問 (1) から, 薄膜内の光 2 の y'_2 は, $y'_2 = A \sin\{2\pi(ft - nx/\lambda) + \delta\} \quad (1)$ である。また, 薄膜通過後の $x > d$ における光 2 の正弦波の式 y_2 は, 題意から, Δ だけ位相がずれた正弦波の式となり, $y_2 = A \sin[2\pi(ft - x/\lambda) + \delta + \Delta] \quad (2)$ となる。式 (1) と式 (2) が $x = d$ で波が繋がっていることから, $x = d$ で, 位相が等しい。すなわち, $2\pi(ft - d/\lambda) + \delta + \Delta = 2\pi(ft - nd/\lambda) + \delta$ ここから, $\Delta = \left 2\pi\frac{d}{\lambda} - 2\pi\frac{nd}{\lambda}\right = 2\pi\left \frac{d}{\lambda} - \frac{nd}{\lambda}\right = 2\pi\left \frac{d}{\lambda}(n - 1)\right$ を得る。	
(3)	導出: 問 (1) から, $x > d$ における光 1 の正弦波の式 y_1 は, $y_1 = A \sin\{2\pi(ft - x/\lambda) + \delta\} \quad (4)$ となる。また, 問 (2) から, 式 (2) と式 (4) の和が, $x > d$ における合成波 Y になる。 $Y = y_1 + y_2 = A \sin\{2\pi(ft - x/\lambda) + \delta\} + A \sin[2\pi(ft - x/\lambda) + \delta + \Delta]$ 三角関数の公式から, 上式は, $Y = y_1 + y_2 = 2A \cos(\Delta/2) \sin\{2\pi(ft - x/\lambda) + \delta + \Delta/2\}$ となる。時間 t と座標 x に依存しない項が振幅であるので, 振幅は $2A \cos(\Delta/2)$ となる。ここに, 問 (2) から得られた結果 ($\Delta = 2\pi\left \frac{d}{\lambda}(n - 1)\right$) を代入すると, 振幅は, $2A \cos(\Delta/2) = 2A\left \cos 2\pi\frac{d}{2\lambda}(n - 1)\right = 2A\left \cos \pi\frac{d}{\lambda}(n - 1)\right $ を得る。	
(4)	導出: 上の問いから, 振幅が最大となるのは, $\left \cos \pi\frac{d}{\lambda}(n - 1)\right = 1$ となるときである。すなわち, $\pi\frac{d}{\lambda}(n - 1) = m\pi$, $m = 0, 1, 2, \dots$ (9) ただし, m は次数である。屈折率が n_1 の時と, n_2 の時に最大になっていることから, $d(n_1 - 1) = m\lambda, \quad d(n_2 - 1) = (m + 1)\lambda$ を得る。それぞれの式の辺々の差を取ると, 光の波長は, $\lambda = d(n_2 - n_1)$ と求まる。	
(5)	導出: $x = x_1$ において, 光 1 と光 2 の合成波は, 空気より大きい屈折率を持つ薄膜の表面で反射した光 1 は振幅が反転することに注意すると, $Y = y_1 + y_2 = -A \sin[2\pi(ft - x_1/\lambda) + \delta_1] + A \sin[2\pi(ft - x_1/\lambda) + \delta_2]$ $= 2A \sin\left[\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right] \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x_1}{\lambda}\right) + \frac{\delta_2 + \delta_1}{2}\right]$ となり, 振幅は, $2A\left \sin\left[\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right]\right$ を得る。薄膜内での屈折角を θ_2 とすると, $\delta_2 - \delta_1 = 2\pi\frac{n}{\lambda} \cdot \overline{OBC} - 2\pi\frac{1}{\lambda} \cdot \overline{OD} = 2\pi\frac{2dn}{\lambda} \cos \theta_2 = 2\pi\frac{2dn}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta}{n}\right)^2}$ を得る。ただし, 屈折の式 ($\frac{\sin \theta}{\sin \theta_2} = n$) を用いて式変形している。よって, 振幅は $2A\left \sin\left[\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right]\right = 2A\left \sin\left[2\pi\frac{dn}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta}{n}\right)^2}\right]\right = 2A\left \sin\left[2\pi\frac{d}{\lambda} \sqrt{n^2 - (\sin \theta)^2}\right]\right $ を得る。	
(6)	導出: 上の問いから, 振幅が 0 となる条件 (暗となる条件) は, $\left \sin\left[2\pi\frac{d}{\lambda} \sqrt{n'^2 - (\sin \theta)^2}\right]\right = 0$ である。 ここから, $2n'd\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta}{n'}\right)^2} = 2d\sqrt{n'^2 - (\sin \theta)^2} = m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$ を得る。	
(7)	導出: (6) の解から, $(\sin \theta)^2 = n^2 - \frac{m^2\lambda^2}{2^2d^2}$, $m = 0, 1, 2, \dots$ 入射角は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲のため, $0 < (\sin \theta)^2 < 1$ という条件を用い, ここに, 上式を代入すると, $0 < n^2 - \frac{m^2\lambda^2}{2^2d^2} < 1$, $\frac{2d}{\lambda}\sqrt{(n^2 - 1)} < m < \frac{2d}{\lambda}n$ を得る。 得られた式に, 光の波長: $\lambda = 0.5\mu\text{m}$, 薄膜の厚さ: $d = 2.5\mu\text{m}$, 屈折率: $n' = 3$ を代入すると, $10\sqrt{3^2 - 1} < m < 30, \quad 28.2 < m < 30$ となり, $m = 29$ を得る。	

出題の意図

年度：2021 年度 日程（該当するものに○）：前期 中期 **後期** （1 枚目／1 枚目）

科目名（該当するものに○）：**外国語** 数学 物理 化学 生物 総合科目 小論文（環）

小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総引） 小論文（教福）

I

問 1 英文の意味を正しく読み取ることができているかを問う。

問 2 英文の意味を正しく読み取り、化学の知識と関連づけて化学現象を正しく説明できるかを問う。

問 3 英文の意味を最後まで正しく読み取り、化学の意味を理解できているかを問う。

問 4 英文の化学現象を説明する意味を正しく読み取り、分子レベルで起きている状況を説明できるかを問う。

問 5 (a) 英文の意味を理解して、イオン間の相互作用から溶解度を説明できるかを問う。

(b) 英文の意味を理解して、似たものどうしは溶けやすいことを理解し活用できるかを問う。

(c) 酢酸水溶液の酸性度を計算することで、溶液の酸性度の基礎が理解できているかを問う。

(d) 水溶液の濃度の概念を正しく理解できているかを問う。

II

貴ガス原子とは異なった電子配置を取る原子を含む化合物に関しての英文を題材とし、以下の点を問う問題である。

- ・ 化学に関する英文を読み、文意を正しく把握することができるか
- ・ 化学に関する英文を、文法および化学的観点の両面から正しく和訳することができるか
- ・ 高校化学における重要語句の英語表現を知っているか、または文脈から語句を推察することができるか
- ・ 英文の内容から分子構造を正しく把握し、電子式として記すことができるか
- ・ 和文を正しい文法に基づいた英文に訳すことができるか

III

化学の基礎的な知識を活用し、エステル合成法に関する英文を読解する問題であり、文章の内容を的確に読み取ることを通じて、解析力や思考力、判断力、および、表現力を評価する。

- (1) カルボン酸（酢酸）とアルコール（エタノール）との反応から、エステル（酢酸エチル）を与える基本的な有機反応を理解しているかどうかを問う。
- (2) 本文の内容を理解し、エステル（酢酸エチル）を合成する反応で用いられる化合物を正しく読み取り、その構造式を正しく記す能力を問う。
- (3) 英文読解力を問うとともに、本文の内容に即して内容を論理的に説明できるかどうかを問う。
- (4) 指定された英文を適切に和訳する能力、特に、部分否定構文を正しく理解できているかどうかを問う。
- (5) 英文読解力を問う。
- (6) 英文読解力を問う。
- (7) 英文読解力を問う。

I

問 1	バンドのメンバーは互いに離れないでいようと思いますが、群集の絶え間なく繰り返される、近寄ろうとする試みにすぐに打ちのめされます。	
問 2	溶質であるナトリウムイオンや塩素イオンと溶媒である水分子の間の引力が、溶質－溶質、溶媒－溶媒間の引力に打ち勝ち、イオンどうしは離れて溶媒である水に取り囲まれるようになるため。	
問 3	成分間の極性の類似性や相違が溶解度のよい指標となる。なぜなら、極性は溶解度の根底にある力の競争の主役であるため。	
問 4	溶質と溶媒分子間の力が溶質分子間や溶媒分子間の力に勝って、溶質が溶媒和される速さと、溶質分子間と溶媒分子間の力が溶質と溶媒分子間の力に勝って溶質が結晶化するなど溶媒から析出する速度と等しくなっている。	
問 5	(a)	$\text{NaI} > \text{NaBr} > \text{NaCl} > \text{NaF}$
	(b)	オクタノールには溶けにくく、エタノールに溶けやすいと考えられる。 理由は、本文中に、似たものどうしは溶けやすいとある。エタノールは水によく溶け、オクタノールは水に溶けにくい。一方、砂糖も水によく溶けることは広く知られていることから、砂糖とエタノールと似たものどうしであると考えられるため。
	(c)	pH=2.7
	(d)	105.6 g

II

問 1	この物質は典型的な共有結合性化合物の性質をもっており、オクテット則はリン原子と塩素原子が結合して分子式 PCl_3 の分子を形成することを正しく予測する。	
問 2	1 0	
問 3	それでも PCl_5 のルイス構造式をかくことはできるが、電子構造は貴ガスのものに相当しておらず、オクテット則に従っていないことに留意しなさい。	
問 4	(i)	(ii)
	$ \begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:} \\ \text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:}\ddot{\text{Al}}\text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:} \\ \text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:}\ddot{\text{Al}}\text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:} \\ \text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:} \end{array} $	$ \begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:} \\ \text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:}\ddot{\text{B}}\text{:}\ddot{\text{Cl}}\text{:} \end{array} $
問 5	結合する原子間で共有される電子対が一方の原子から供給される点	
問 6	Y	Z
	coordinate	nitrogen
問 7	Lewis proposed the idea of covalent bond and showed the importance of electron pairs in chemical bond. His idea was remarkable because the reason for the formation of electron pairs was not known at that time.	

III

問 1	(a)	$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH} \rightarrow \text{CH}_3\text{COOCH}_2\text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O}$		
	(b)	濃硫酸		
問 2	B	$\begin{array}{c} & \text{H} & \\ & & \\ \text{H} & - \text{C} = \text{C} & - \text{H} \\ & & \\ & \text{H} & \end{array}$	C	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{H}_3\text{C} - \text{C} - \text{H} \end{array}$
問 3	原因 (カルボン酸とアルコールから脱水を伴いエステルを与える反応が) 可逆反応であること			
	必要となる手法 (カルボン酸、あるいは、アルコール) いずれか一方の基質を過剰量用いるか、または、縮合剤や脱水剤を用いること (平衡を生成系へ偏らせる)			
問 4	人々が環境調和型のエステル合成反応について考えるとき、Tishchenko 反応は <u>必ずしも最初に思い浮かぶ反応ではない</u> 。			
問 5	the coupling of two molecules of the same aldehyde			
問 6	c			
問 7	incorporating all atoms of the starting materials into the product			

出題の意図

年度：2021 年度 日程（該当するものに○）：前期 中期 ○後期 （1 枚目／1 枚目）

科目名（該当するものに○）： 外国語 数学 物理 化学 ○生物 総合科目 小論文（環）
小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総リハ） 小論文（教福）

I

呼吸と発酵についての出題である。有機物が分解され、エネルギーが取り出される過程の理解と、酵素反応に関する知識を問う。さらに、これらの基本的な反応仮定の知識応用として、生体内エネルギーの取得に必要な呼吸基質に関連する計算問題について答えさせる。

II

生物（遺伝情報の発現）の分野からの出題であり、DNA の構造、複製および遺伝情報の発現に関する基礎知識を問う。さらに、大腸菌のトリプトファンオペロンを例として、原核生物の遺伝子発現制御のしくみについて、指定した語数の範囲で簡潔に説明させることによって、判断力・表現力を評価する。

III

生物の体内環境の維持についての出題である。体内環境の調節を担う器官である肝臓のつくりとはたらきに関する理解を問う。さらに、細胞の顕微鏡観察に必要な基礎的知識やホルモンの役割に関して考察する思考力、判断力、表現力を評価する。

IV

生物の進化と系統、および生態と環境からの出題である。問題の前半では、進化と種分化に関する基本的な知識を問う。後半では、ゾウリムシを用いた実験結果を見て、どのような種間関係によるかを考察する思考力・判断力・表現力を評価する。

解答例

I

問 1

ア 酸素	イ 解糖系	ウ クエン酸回路	エ 電子伝達系
オ エタノール	カ アルコール	キ 乳酸	ク ピルビン酸
ケ 脱水素酵素			

問 2 a, d

問 3 (a) 化学式 $2\text{C}_6\text{H}_{13}\text{O}_2\text{N} + 15\text{O}_2 \rightarrow 12\text{CO}_2 + 10\text{H}_2\text{O} + 2\text{NH}_3$ 呼吸商 0.8

(b) 化学式 $2\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6 + 163\text{O}_2 \rightarrow 114\text{CO}_2 + 110\text{H}_2\text{O}$ 呼吸商 0.7

問 4 (1) b、c

(2) (A) d (B) a (C) f

問 5 360g

解答例

II

問1

ア:水素 イ:デオキシリボース ウ:DNA ヘリカーゼ エ:DNA ポリメラーゼ
オ:デオキシリボヌクレオシド三リン酸 カ:3' キ:エキソン
ク:イントロン ケ:スプライシング コ:20

問2 (c)

問3 (c)

問4 アンチセンス鎖

RNA の塩基配列は、DNA 鎖の塩基配列のうち、チミンがウラシルに変わったものとなる。(42 文字)

問5 (a), (g), (h)

問6 ヒスチジン:CAC
トレオニン:ACA

問7 (1)オペロン (2)ジャコブ、モノー

問8 (a), (b), (d), (e)

問9 トリプトファンと結合した調節タンパク質が、構造変化してリプレッサーとなり、オペレーターに結合することで転写を抑制する。(59 字)

解答例

Ⅲ

問 1 ア、肝門脈 イ、肝小葉 ウ、十二指腸

エ、(間脳の)視床下部 オ、交感神経 カ、副腎髄質

問 2 a

問 3 (1) 2.5 μm (2) d

問 4 赤血球に含まれるヘモグロビンが分解されて生じる。

問 5 b、c、e

問 6 a

問 7 グリコーゲン

解答例

IV

問1 (ア) 突然変異 (イ) 自然選択 (ウ) 遺伝的浮動 (エ) 大きく (オ) 目立つ (カ) 地味 (目立たない) (キ) 派手 (目立つ)

問2 (1) ハーディー・ワインベルグの法則

(2) W の頻度 $p=0.6$ 、 w の頻度 $q=0.4$

WW の頻度は $p^2=0.36$ 、 Ww の頻度は $2pq=2 \times 0.6 \times 0.4=0.48$ 、 ww の頻度は $q^2=0.16$

WW の人数は $500 \times 0.36=180$ 人、 Ww の人数は $500 \times 0.48=240$ 人、 ww の人数は $500 \times 0.16=80$ 人

問3 集団内に(表現型の)変異がみられること、変異(表現型)に応じて生存率や繁殖率に違いがあること、変異は遺伝すること

問4 地理的隔離

問5 ゾウリムシの密度が高くなり過ぎたことで、餌や生活空間の不足、排出物の増加などによって生活環境が悪化した。それによって成長や分裂速度の遅れ、死亡率の増加といった密度効果が生じ、個体数の増加が抑制された。(97 字)

問6 A 種と B 種は、生活空間や餌が同じであるため、2 種の間には種間競争が生じた。もともと B 種は、A 種との競争能力に劣っていたため絶滅した。(65 字)

問7 A 種と B 種は、必要な生活空間や餌が異なっていたため、2 種の間には種間競争が生じずに共存できた。(46 字)

問8 D は A を餌とする捕食者のため、餌が豊富な初期には活発に増殖する。それによって A の密度が低下し、D は餌不足となって増殖率が低下する。やがて A が食いつくされて絶滅すると、D の餌がなくなることで、D もしばらくして絶滅する。(108 字)

出題の意図

年度：2021 年度 日程（該当するものに○）：前期 中期 後期 （ 枚目／ 枚目）

科目名（該当するものに○）： 外国語 数学 物理 化学 生物 総合科目 小論文（環）
小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総リハ） 小論文（教福）

問題 I

脳のグリア細胞に関する英語の論文を読んで、論文中に記載されている実験データや実験方法を正しく理解できているかを問う。

問 1 では本文中に書かれている混合グリア培養細胞と純化したアストロサイト培養細胞における一酸化窒素産生に対する LPS と IFN γ の併用投与効果についての実験データを正しく理解できたかを問う。

問 2 では本文中に書かれている部分的に純化したアストロサイトと純化したミクログリアにおいて、LPS と IFN γ の併用投与によって引き起こされる一酸化窒素産生への TGF- β 1 の効果についての実験データを正しく理解できたかを問う。

問 3 では本文中に書かれている純化したアストロサイト培養細胞において、LPS と IFN γ の併用投与によって誘導される一酸化窒素合成酵素タンパク質発現レベルへの TGF- β 1 の効果についての実験データを正しく理解できたかを問う。

問 4 では本文の内容を正しく理解できたか問う。

問 5 では本文の実験で用いられている RT-PCR 反応についての基礎的な知識を備えているかを問う。

問題 II

幅広い分野に関わる獣医学では、様々な課題に柔軟に対応できる能力が求められる。問題 II では PET のゴミ問題解決に関するトピックを取り上げて、ヒトや動物の生存に大きく影響する環境問題への興味、化学および英語の知識、読解力を問う問題を作成した。

問 1. 化学についての知識および理解を問う。

問 2. 問題文としての英文を読み、内容の理解を問う。

問 3. 英語の並び替えにより、内容の理解と英作文の理解を問う。

問 4. 本文と英語の問題文の理解を問う。

問 5. 本文の理解と日本語での要約力を問う。

問題 III

本問題は、伴侶動物医療において最も重要な診療分野の一つであり、人医療における新規がん治療薬の開発においても重要な研究分野として注目されている獣医腫瘍学の概要の一部を題材にしたものであり、長文読解能力、とりわけ速読能力を問うものである。

問 1. 本文中の単語理解力を問う。

問 2. 文脈を理解する能力を問う。

問 3. 「比較腫瘍学」という語彙の意味を正しく理解できているかを問う。

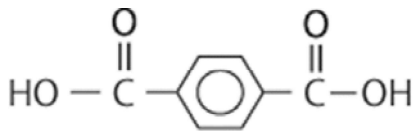
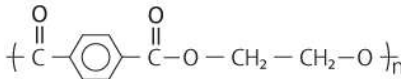
問 4. 同義語の理解力を問う。

問 5. 本文全体の内容を正確に理解できているかを問う。

I 解答例(獣医総合科目)

問 1	f	
問 2	a	
問 3	a	
問 4	c, d, e	
問 5	(1)	プライマー 1 : 5' - ATGGCTTG -3'
		プライマー 2 : 5' - CAGGTCAC -3'
	(2)	い
	(3)	2^{20} 倍

II 解答例(獣医総合科目)

問1	(1)	A構造式						PET構造式					
													
	A名称 テレフタル酸						反応名 縮合重合						
	(2)	構成単位数			4.2×10 ²			エステル結合数			8.3×10 ²		
問2	(1)	微	生	物	を	利	用	し	て	P	E		
		T	を	分	解	す	る						
	(2)	①	処	理	が	簡	便	で	あ	る			
		②	環	境	に	優	し	い					
		③	省	エ	ネ	ル	ギ	ー	で	あ	る		
		④	廃	棄	物	が	少	な	い				
問3	2番目		ability			6番目		used					
問4	b, e												
問5	①	P	E	T	に	対	す	る	基	質	特		
		異	性	が	高	い							
	②	3	0	度	の	低	温	で	も	酵	素		
		活	性	を	保	持	す	る					
	③	高	結	晶	化	度	の	P	E	T	に		
		も	酵	素	活	性	を	も	つ				

III 解答例(獣医総合科目)

問 1	犬と猫（イヌとネコもOK）					
問 2	animals living longer thanks to the increasing care offered by caregivers					
問 3	b					
問 4	spontaneously developing cancer					
問 5	1	2	3	7	8	

出題の意図

年度：2021年度 日程（該当するものに○）：前期 中期 後期 （ 枚目 / 枚目）

科目名（該当するものに○）： 外国語 数学 物理 化学 生物 総合科目 小論文（環）

小論文（応生） 小論文（看） 小論文（総研） 小論文（教福）

課題文は、『2016年8月8日「朝日新聞デジタル」』から引用した、遺伝子改変した蚊を用いて感染症を媒介する野生の蚊を駆除することについて述べた記事（a）と、「生物の多様性に関する条約」の目的を説明した文章（b）から構成されている。

設問は、以上の文章を読み、遺伝子改変技術を用いて害虫を駆除することについて、生物多様性の保護という観点を踏まえて、その功罪等について論述させる。身近で活用されている科学技術への興味・関心、倫理観、論理的思考力、および文章表現能力を問う。