称号及び氏名　　　博士（工学）　森下　博之

学位授与の日付　　2007 年 2 月 28 日

論　　文　　名　　「不均質体の 3 次元等温弾性および熱弾性問題に
関する解析的研究」

論文審査委員　　　主査　　教　授　　谷川　　義信
副査　　教　授　　杉村　　延広
副査　　教　授　　三村　　耕司

論文要旨

傾斜機能材料(Functionally Graded Materials: FGMs)は，材料のある方向（例えば表から裏）にかけてその組成が連続的に変化する不均質材料である．例えば，表面は堅く，内部はしなやかで折れにくい，「竹」や「日本刀」もその一つであるといえる．従来の複合材料と異なり，継ぎ目がなく材料の内部で二つの異なる素材が原子レベルで混じり合うことで，均質材料や従来の複合材料では発現しえない機能性を有している材料として，近年，注目されている．

FGMs の概念は，1980 年代の半ばに日本の研究者によって提唱され，スペースプレーン（宇宙往還機）の耐熱材料の超高温環境下における熱応力を緩和するための手法として考案されたものである．その後，核融合炉，化学プラント，ガスタービンなどの過酷な高温環境下における構造材料としての開発が進められているほか，現在ではエネルギー，生体材料，コーティング，電気・電子デバイスなどの分野において，その実用化が始まっている．

FGMs は，使用条件に合致した熱的および力学的材料特性を創り出すための材料設計を行うことが可能であることから，材料特性に対する応力，変位などの力学的挙動を正確に解析することが極めて重要となる．FGMs のように組成が連続的に変化する不均質材料の力学的挙動についての理論解析は,場の支配方程式が複雑となり,その解析的取り扱いが極めて困難となることから，差分法，有限要素法，境界要素法などの数値解析法を用いた解析例が数多く見受けられる．しかし，均質体と同じように弾性論的な理論解析が可能となれば，初期設計の段階で，基本的な構造モデルにおけるさまざまな条件での定性的及び定量的傾向を容易に明らかにすることができる．

一般的に，不均質体に対する弾性論的な理論解析方法には，主として２つの方法をあげることができる．１つは，不均質弾性体を均質弾性体からなる多層層状モデルにより近似し，均質弾性体に対して確立されている場の支配方程式を用いて理論解析を行う近似解析方法である．この方法の場合，材料の不均質特性は，材料内部で不連続に変化することになる．もう１つは，不均質体の材料特性を,座標変数を含んだ関数で表示し，変位－ひずみ関係式，応力－ひずみ関係式およ

びつり合い方程式などの弾性場に関する非線形の支配方程式から，応力および変位成分を厳密解として求める方法である．しかしながら，この方法については，材料特性を表示する関数形によって解析解が得られるか否かが決定されるという発見論的な要素が強く，この方法を用いた研究報告例は極めて少ない．

そこで，本論文は，未解明かつ未開拓な部分が多いと考えられる不均質材料の力学的挙動の解明を目指して，上述の２つの理論解析方法のうち，後者の方法を用いて不均質体の３次元等温弾性および熱弾性問題の理論解析方法について述べたものである．

具体的には，円柱座標系で記述される領域の完全な３次元問題を解析対象とし，材料物性が軸方向（z 方向）にのみ変化するという仮定のもとで，不均質特性を座標変数 z の任意のべき乗の関数形で表示することにより，種々の３次元等温弾性および熱弾性境界値問題を解くことのできる基礎微分方程式系を別個に導き，この基礎微分方程式系を用いて具体的な解析モデルに対する理論解析を行い，更に数値シミュレーションを行ったものである．

本論文の目的は，FGMs のような不均質体に対する３次元等温弾性および熱弾性問題の理論解析方法の確立と力学的挙動の解明を目指したものであるが，本論文で得られた解析解（すなわち，変位成分，応力成分および応力特異係数，応力拡大係数）による結果は，複雑な実構造物等に対する近似解析手法として差分法，有限要素法，境界要素法などの数値解析法が用いられる場合の数値解に対する検証データとしても寄与するものと考えられる．

本論文は全６章から構成されており，以下に各章の概要を述べる．

第１章「序論」では，本研究の背景と目的について述べるとともに，本論文の研究内容の概要を述べている．

第２章「不均質体の３次元等温弾性場における応力規定境界値問題」では，不均質弾性体に関する３次元等温弾性問題の理論解析方法について述べている．まず，３種類の変位関数 ϕ，f，ψ を導入し，これらの変位関数を用いて変位成分を定義し，３次元等温弾性場の支配方程式である変位－ひずみ関係式，応力－ひずみ関係式およびつり合い方程式から，３次元等温弾性問題に対する基礎微分方程式系を導出している．さらに，これらの基礎微分方程式系から，変位関数の一般解を求め，応力成分および変位成分を定式化している．なお，基礎微分方程式系の導出にあたり，ポアソン比 ν は一定であると仮定し，横弾性係数 G の不均質パラメータ m と関連づけている．具体的な解析モデルとして，不均質半無限体および厚板の境界面上に非軸対称な分布荷重が作用する場合を想定し，３次元等温弾性場における応力規定境界値問題の理論解析を行い，応力成分および変位成分の厳密解を導出している．さらに，得られた厳密解を用いて数値計算を行い，横弾性係数 G の不均質特性の変化が応力，変位などの弾性挙動に与える影響を，定量的に評価している．

第３章「不均質体の３次元熱弾性場における応力規定境界値問題」では，不均質弾性体に関する３次元熱弾性問題の理論解析方法について述べている．まず，２種類の変位関数 f，ψ および熱弾性変位ポテンシャル ϕ を導入し，これらの未知関数を用いて変位成分を定義し，３次元熱弾性場の支配方程式である変位－ひずみ関係式，応力－ひずみ関係式およびつり合い方程式から，３次元熱弾性問題に対する基礎微分方程式系を導出している．さらに，これらの基礎微分方程式系から，２種類の変位関数および熱弾性変位ポテンシャルの一般解を求め，熱応力成分および変位成分を定式化している．なお，等温弾性問題の解析と同様に，基礎微分方程式系の導出にあたり，ポアソン比 ν は一定であると仮定し，横弾性係数 G の不均質パラメータ m と関連づけている．また，熱伝導率が座標変数 z の任意のべき乗の関数形で表示される場合の３次元定常熱伝導の基礎式も導出し，温度分布の一般解を求めている．具体的な解析モデルとして，不均質半無限体および厚板の境界面上に非軸対称な熱発生がある場合を想定し，３次元熱弾性場における応力規定境界値問題の理論解析を行い，定常状態における温度分布，熱応力成分および変位成分の厳密解を導出している．さらに，得られた厳密解を用いて数値計算を行い，横弾性係数 G，線膨張係数 α および熱伝導率 λ の不均質特性の変化が温度分布および熱応力，熱変位などの熱弾性挙動に与える影響を，定量的に評価している．

第４章「不均質半無限体の剛体円柱による３次元接触問題」では，第２章で得られた３次元等

温弾性問題の基礎微分方程式系を用いた混合境界値問題の理論解析について述べている．不均質半無限体の平面境界に任意の底面形状を有する剛体円柱が圧入された場合の弾性挙動および剛体円柱端における応力特異係数について，剛体円柱の圧入面とその延長上の面における不連続な境界条件から導かれた連立積分方程式を Fredholm 型第２種積分方程式へと帰着させて解析している．さらに，具体的な解析モデルとして，底面が傾いた平底剛体円柱により圧入を受ける場合を想定し，応力成分，変位成分，剛体円柱端に生じる特異応力場および応力特異係数を定式化し，いわゆる厳密解を求めている．また，得られた厳密解を用いて数値計算を行い，横弾性係数Gの不均質特性の変化が，応力，変位などの弾性挙動および剛体円柱端における応力特異係数に与える影響を，定量的に評価している．

第５章「円形き裂を有する不均質厚板の３次元熱弾性混合境界値問題」では，第３章で得られた３次元熱弾性問題の基礎微分方程式系を用いた混合境界値問題の理論解析について述べている．き裂を有する不均質厚板が，き裂表面において熱吸収を受ける非軸対称熱応力場およびき裂先端における応力拡大係数について，き裂面とその延長上の面における不連続な境界条件から導かれた連立積分方程式を Fredholm 型第２種積分方程式へと帰着させることにより，熱応力成分，変位成分，き裂先端に生じる特異応力場および応力拡大係数を定式化し，いわゆる厳密解を求めている．また，得られた厳密解を用いて数値計算を行い，横弾性係数G，線膨張係数αおよび熱伝導率λの不均質特性の変化が，温度分布および熱応力，変位などの熱弾性挙動，さらにき裂先端における応力拡大係数に与える影響を，定量的に評価している．

第６章「結論」では，各章において述べた内容を概括し，得られた知見を整理し，本論文を総括して述べている．

審査結果の要旨

本論文は、熱応力緩和形傾斜機能材料に代表される不均質材料における力学的挙動の解明を目指して、材料の不均質特性を,座標変数を含んだ任意のべき乗形関数で表すという手法を用いて、不均質弾性体の三次元等温弾性問題および三次元熱弾性問題に対する解析的研究をまとめたものであり、以下のような成果を得ている。

１）円柱座標系の軸方向に関して、任意の不均質材料特性を有する弾性体を想定し、三次元等温弾性場に対する基礎方程式系を、三種類の変位関数を導入することにより巧みに導出している。更に、縦弾性係数、線膨張係数、熱伝導率等に対する不均質な材料特性を想定し、二種類の変位関数と熱弾性変位ポテンシャルを導入することにより、三次元熱弾性場に対する基礎方程式系を導出している。

２）三次元等温弾性問題に対する基礎方程式系の具体的適用例として、不均質半無限体および不均質厚板の表面に非軸対称な分布外力が作用する応力規定境界値問題、更に不均質半無限体の剛体円柱による三次元押し込みという混合境界値問題を取り上げ、これらの理論解析および数値計算を行い、縦弾性係数の変化(不均質な分布)が半無限体および厚板に生じる変位および応力分布、並びに剛体円柱端と接触している箇所に生じる応力特異係数に及ぼす影響を定量的に評価している。

３）三次元熱弾性問題に対する基礎方程式系の具体的適用例として、不均質半無限体および不均質厚板の表面に非軸対称な分布表面熱発生が作用する場合の定常温度分布に対する応力規定境界値問題、更に、円形き裂を有する厚板がそのき裂表面から非一様な熱吸収を受けるという混合境界値問題を取り上げ、これらの問題に対する理論解析および数値計算を行い、縦弾性係数、線膨張係数、熱伝導率の変化(不均質な分布)が半無限体および厚板に生じる変位および応力分布、並びにき裂先端での応力拡大係数に及ぼす影響等を定量的に評価している。

これらの諸成果は、先進機能性材料としての不均質材料の材料設計に対して多くの知見を与えているのみならず、種々の負荷を受ける不均質構造材料の力学的挙動の解明並びに強度評価の方

法に寄与するところ大である。また、申請者が自立して研究活動を行うに必要な能力と学識を有することを示したものである。

本委員会は、本論文の審査ならびに学力確認試験の結果から、博士（工学）の学位を、授与することを適当と認める。