

称号及び氏名 博士（工学） 伊藤 誠

学位授与の日付 平成 31 年 3 月 31 日

論文名 「Reliability-Based and Robust Design Optimization Methods for Epistemic Uncertainty（認識的不確定性を考慮した信頼性に基づく最適設計とロバスト最適設計に関する研究）」

論文審査委員 主査 小木曾 望  
副査 新井 隆景  
副査 千葉 正克

## 論文要旨

近年、不確定性を考慮した最適設計法は目覚ましい進化を遂げて、様々な構造物の設計へと適用されてきた。一般的に、これらは信頼性に基づく最適設計法とロバスト最適設計法の 2 つの手法に分類できる。信頼性に基づく最適設計は、制約条件を確率変数の関数として表し、破損確率に関する制約のもとで最適化を行うものである。一方で、ロバスト最適設計は変動に対して性能が悪化しにくい解を探索するものである。また、不確定性は大きく 2 種類に分類される。一つ目は、物理的不確定性と呼ばれるもので、荷重の変動や材料定数の変動といった減らすことができないものを指す。もう一つは、認識的不確定性と呼ばれるもので、サンプル数が少ないことによる統計パラメータの変動を指す統計的不確定性と数値解析のために、実際の物理現象を単純化・理想化する際に生じる誤差を指すモデル化の不確定性の 2 種類に分類できる。これらは、情報量が増えることによって減らすことができる。

従来信頼性に基づく最適設計法やロバスト最適設計法では、荷重や強度などの物理的不確定性のみを考慮していた。しかし、設計に求められる精度・信頼性が高まってくると、認識的不確定性の影響を考慮しなければならないと考えられるようになってきた。そのため近年、統計的不確定性を考慮した最適設計手法が開発されるようになった。しかし、認識的不確定性を考慮した従来手法では、多重ループを伴う繰り返し計算を必要とするため、計算コストが高いという問題が挙げられる。

そのため、本研究では信頼性に基づく最適設計法とロバスト最適設計法に対して、認識的不確定性を考慮する計算効率の優れた手法を提案する。まず、ロバスト最適設計の考え方をを用いて、認識的不確定性の影響によって変動しにくい解を探索する手法を構築する。そして、信頼性に基づく最適設計における信頼性指標を、統計的不確定性の影響を加味したものへと拡張し、統計的不確定性の影響を定量的に評価する指標を提案する。さらに、応用例として変位拡大機構の設計に取り組む。

また、モデル化の不確定性を考慮する問題として、変位拡大機構の設計を検討する。我々の研究グループにおける以前の研究において、変位拡大機構の固有振動数がシミュレーションで確認された値を大きく下回る実験結果が出てきたという問題があった。そのため、シミュレーションモデルを改良し、部品を精緻に再現する。さらに、その他の不確定性を考慮するために、固有振動数を表現する確率モデルを不確定

性の伝播モデルとして構築する。これによって、固有振動数を確率で表現することができ、信頼性の評価が可能となる。

本論文は8章によって構成されている。以下に、各章の構成と概要を示す。

第1章では、研究の背景と論文構成について説明している。

第2章では、構造信頼性解析の基本的な理論と信頼性に基づく最適設計の様々な手法について、その概論を述べている。まず、構造信頼性理論において重要な破損確率について説明している。破損確率は多重積分の形で表されるため、一般的にその値を解析的に解くことは難しい。そこで、サンプリングによるモンテカルロ法と近似による一次信頼性法の2種類の方法について説明している。そして、構造信頼性理論を用いて計算する信頼性に基づく最適設計法を3種類の手法に分類している。これらの手法や理論は、今後の章における基本となる部分である。

第3章ではまず、ロバスト最適設計法の概論について述べている。その後、ロバスト解が持つ性質について検討をしている。ロバスト最適設計法を用いた構造最適設計は、すでに数多くの文献で報告されている。しかし、ロバスト最適設計によって得られた構造物と確定的な最適設計解がほぼ同じ形態であるという事象がいくつか報告されている。つまり、確定的な最適設計解がロバスト最適性をも有するという事である。しかし、確定的な最適設計を実行した段階においてこのことは不明である。よって、ロバスト解がどのような性質を持つのかについて十分な理解が得られていない中で、従来のロバスト最適設計が行われてきたことになる。そこで、本研究ではロバスト最適設計問題を、最悪ケースを想定した多目的最適設計問題として定式化し、サンプリングによる全探索を用いてロバスト最適設計解と確定的な最適設計解の違いについて数値計算例を用いて調査をしている。

そして、この事象は多目的問題のPareto解の形態とロバスト解に関係があることを明らかにしている。さらに、ロバスト最適設計を考える上で、Pareto解による可視化が確定的な最適設計解との違いを議論する上で重要であることを示している。本章での検討内容は、以降の章において用いるロバスト最適設計法の基本的な性質として理解しておくべき内容であり、重要な事項である。

第4章では、統計的不確定性を考慮したロバスト最適設計法を提案している。まず、統計的不確定性を定量化するために必要なハイパーパラメータの推定手法を提案する。この手法は、ベイズ統計学におけるマルコフ連鎖モンテカルロ法を応用したものである。そして、統計的不確定性に対してロバストな解を求める手法を、第3章で説明した内容をもとに提案している。これによって、サンプル数は少ないが、不確定性を考慮しなければならない最適設計問題の解を合理的に得ることが可能となる。数値計算例では、従来の最適設計法と比べてサンプル数が少ないことによる影響を低減することができることを示している。さらには、サンプル数が変化したときやロバスト最適設計のパラメータを変更したときに、得られる最適解がどのように変化するかパラメトリックスタディを行っている。

第5章では、統計的不確定性を考慮した信頼性に基づく最適設計法を提案している。従来の信頼性に基づく最適設計法において、破損確率を示す信頼性指標と呼ばれるものがある。本研究では、この信頼性指標に認識的不確定性を考慮したマージンを加えることによって、統計的不確定性を考慮した新しい信頼性指標を提案している。ここで、そのマージンをepistemic reliability index(ERI)、これを含んだ新しい信頼性指標をconservative reliability index(CRI)と呼ぶ。この研究では、CRIの値が設計変数に依存しないことを数学的に導き出し、数値計算によって検証した。これにより、設計変数を更新する最適設計の繰り返し計算において多重ループが不要になり、従来法と比べて大幅に計算コストを削減できる手法を提案している。最後に、この手法を用いた数値計算例を通してその有用性を検証している。

第6章では、第5章で提案したCRIの設計問題への適用として、変位拡大機構の統計的不確定性を考慮した最適設計を行う。これは、我々の研究グループにおいて研究開発を進めてきた、スマート形状可変鏡を用いた高精度アンテナシステムに搭載されている機構のことである。変位拡大機構の製作誤差を評価する上で必要なサンプル数が非常に少ないため、統計的不確定性を考慮すべき問題である。そこで、提案したCRIを用いてこの変位拡大機構の寸法最適化を行う。得られた最適形態は、確定的な最適設計によって既に得られていた最適形態とあまり変化がなかったものの、目的関数値ならびに制約関数値を比較すると制約に対して十分なマージンを取っていることがわかった。しかも、CRIの計算結果から、統計的不確定性の影響を考慮したマージンの大きさが、固有振動数に関する制約の方が最大応力のそれよりも大きいこ

とが示されている。また、従来の研究で用いられてきた変位拡大機構の形態は、不確定性の影響を受けると十分な性能を発揮しないという問題点を明らかにしている。

第 7 章では、変位拡大機構の設計に対して認識的不確定性のもう一つであるモデル化の不確定性を考慮した設計を検討している。まず、数値計算モデルの忠実度合い(fidelity)を高めることにより、より実験結果に近づけることが可能となり、モデル化の不確定性を減少させる。ここで得られた知見として、カップリングとアクチュエータを接続するネジが固有振動数を下げる原因になっていることが示されている。さらに、固定部分のネジ止めの緩みを仮定することにより、より現実的なモデルを作成することができている。次に、改良した数値計算モデルを用いて full factorial numerical integral(FFNI)による確率モデルの構築を行う。これにより、数値シミュレーションモデルの確定的な出力値に不確定性の影響を包含した形で固有振動数の出力を表現することが可能となっている。

第 8 章では本論文の結論、ならびに今後の課題を述べている。今後の課題の一つとして、モデル化の不確定性の影響を考慮した最適設計手法について検討していく。つまり、従来の研究の延長線上として、これまで扱ってきた物理的不確定性と統計的不確定性に加え、モデル化の不確定性の影響を含めた統合的な手法の開発を行う。もう一つの課題は、変位拡大機構の設計において多目的最適設計問題の定式化を適用して、新しい形態を探索することである。なぜなら、従来の研究で用いられてきた変位拡大機構の形態は、不確定性の影響を受けると十分な性能を発揮しないということが本研究によって示されているからである。そして、多様な Pareto 解をクラスター解析して形態の分類を行い、より良い設計案を探索する。

本研究は、不確定性を考慮した最適設計において課題であった認識的不確定性を考慮する新たな手法を提案している。また、ロバスト設計の最適解が持つ性質、特に確定的最適解との違いについて議論している。これは、ロバスト最適設計に関する研究の発展につながるものであると考えられる。また、宇宙構造物の設計という適用例を通じて、提案手法の有用性を検証した。これにより、実際の高精度・高信頼度を求められるプロジェクトの成功に貢献することが期待される。

## 審査結果の要旨

本論文では、認識的不確定性を考慮した信頼性に基づく最適設計およびロバスト最適設計に対して新たな手法を提案し、これを航空宇宙構造の設計問題へ適用し、その有用性を明らかにしている。ここで、認識的不確定性とは、サンプル数の不足に起因する統計パラメータの変動を指す統計的不確定性および、物理現象の単純化・理想化によって生じる誤差等によるモデル化の不確定性からなる。本論文で得られた主な成果は、以下の項目に要約できる。

- (1) ベイズ統計学におけるマルコフ過程モンテカルロ法を利用して、統計的不確定性を定量的に評価するために必要なハイパーパラメータの推定手法を提案している。これにより、サンプル数が少ない場合に無視できない統計的不確定性を考慮したロバスト最適解を合理的に評価できる手法を提案している。
- (2) 信頼性に基づく最適設計に対して、統計的不確定性を考慮することで必要となるマージンを epistemic reliability index (ERI)、従来の信頼性指標を含んだ指標を conservative reliability index(CRI)として提案している。この CRI が設計変数の値に依存しないことを理論と数値計算の両面から明らかにしている。このことは数を更新する繰り返し過程において CRI を評価しなおす必要がないことを意味する。つまり、従来と比べて大幅に計算コストが削減できる手法を提案している。
- (3) CRI を用いた提案法を、変位拡大機構と呼ばれる宇宙スマート構造で用いる部品の設計問題に適用し、統計的不確定性の影響を明らかにするとともに、従来の設計案の問題点を明確にするとともに、設計指針を示している。

- (4) 認識的不確定性の一つであるモデル化の不確定性を考慮した設計法として、**full factorial numerical integral** による確率モデルを構築する手法を提案している。そして、この問題を変位拡大機構の設計問題に適用し、従来の設計案の問題点を明確にするとともに、設計指針を示している。

以上の諸成果は、不確定性を考慮した最適設計問題において課題であった認識的不確定性を考慮する設計に大いに貢献するものである。また、不確定性に対する設計要求が厳しい航空宇宙システムの学術的な発展に貢献するものである。また、申請者が自立して研究活動を行うのに必要な能力と学識を有することを証したものである。学位論文審査委員会は、本論文の審査ならびに最終試験の結果から、博士（工学）の学位を授与することを適当と認める。